Մաթեմատիկան Դպրոցում

Թիվ 1 (109), 2017թ.

«**Математика в школе**» журнал на армянском языке

«**Mathematics in Schools**» Journal in Armenian

ՀՀ կրթության և գիտության նախարարություն

Կրթության ազգային ինստիտուտ

Գիտամեթոդական ամսագիր

Տիգրան Մեծի 67, սենյակ 401
375005 Երևան 5
Tigran Metsi 67, Room 401
375005 Yerevan 5, Armenia

«Մաթեմատիկան դպրոցում»
գիտամեթոդական ամսագիր
№1, 2017թ.

Հրատարակվում է 1998թ-ից
Լրատվական գործունեություն իրականացնող՝
«Կրթության ազգային ինստիտուտ»
ՓԲԸ

Հասցեն՝ Երևան, Տիգրան Մեծի 67,

վկայական՝ N 01 Ա 044424, տրված 16.02.1999թ.

Ամսագրի թողարկման պատասխանատու՝
գլխավոր խմբագիր՝
Համլետ Միքայելյան

Հանձնված է տպագրության 20.07.2017թ:
Տպաքանակը՝1500,
ծավալը՝ 4 մամուլ: Տպագրությունը՝ օֆսեթ:
Չափսը՝ 70×100 $^{1}/_{16}$:
Դպրոցներին անվճար տրվում է մեկ օրինակ, որը պետք է պարտադիր գրանցվի դպրոցական գրադարանում :
Վաճառքի ենթակա չէ:

Phone: (010) 55 99 38
Fax: (010) 55 92 98
E-mail: aniedu.am
Internet: http://www.aniedu.am

ԱՐԺԵՔԱՅԻՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳ

ԱՐԺԵՔԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅՈՒՄ ԵՎ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԱՐԺԵՔԸ

Հ. Ս. Միքայելյան

Բանալի բառեր - արժեք, ապրանքի արժեք, արտահայտության արեք, փոփոխականի արժեք, թույլատրելի արժեք, ֆունկցիայի արժեք, միջին արժեք:

Արժեքը մաթեմատիկայում

Արժեքի հասկացությունը մաթեմատիկայում և նրա դպրոցական դասընթացում կիրառվում է լայնորեն, սակայն գործածվում է տարբեր իմաստներով: Հավանաբար հանրակրթական դպրոցի աշակերտը առաջին անգամ այդ հասկացության հետ առնչվում է թվաբանության դասընթացում: Այստեղ այն հանդես է գալիս «**թվաբանական արտահայտության արժեք**» հասկացության մեջ: Օրինակ, գտնել կամ հաշվել $3\frac{1}{2}+2\frac{4}{5}$ արտահայտության արժեքը: Նույն դասընթացի կիրառական խնդիրների բաժնում աշակերտը հանդիպում է արժեքի հասկացության տնտեսագիտական ըմբռնմանը, երբ լուծում է խնդիրներ **ապրանքի արժեքի** վերաբերյալ: Ահա նման պարզագույն խնդրի օրինակ: Ինչքա՞ն դրամ է անհրաժեշտ գնելու համար երկու գիրքը, եթե նրանցից մեկը արժե 2400 դրամ, իսկ մյուսը՝ 500 դրամով պակաս: Հարկ է նկատել, որ թվաբանության շրջանակներում տնտեսագիտական արժեքի վերաբերյալ խնդիրների լուծման մոդելավորումը հանգում է թվաբանական արտահայտության արժեքը գտնելու թվաբանական խնդրի լուծման:

Արժեքի հաջորդ կիրառությունը կապված է փոփոխականի հասկացության հետ: Փոփոխականը հիմնականում լատինական կամ հունական այբուբենից վերցրած տառ է, որը կարող է **ընդունել արժեքներ** նախապես տրված բազմությունից: Արժեքի հասկացությունը նման կերպ է գործածվում, օրինակ, հետևյալ խնդրում: Հանրակրթական դպրոցի աշակերտը x տարեկան է: Նշեք արժեք, որ կարող է ընդունել x-ը: Այստեղ x փոփոխականը կարող է ընդունել 10 արժեքը և չի կարող ընդունել 30 արժեքը: Արժեքի այս ըմբռնումը զարգանում է **հանրահաշվական արտահայտության արժեքի** շրջանակներում, երբ անհրաժեշտ է լինում գտնել նման արտահայտության թվային արժեքը, նրանում մասնակցող փոփոխականների կոնկրետ թվային արժեքների դեպքում: Օրինակ, գտնել 2x + 3yz արտահայտության արժեքը, երբ x = 1, y = -1, z = 2 (կամ երբ x-ը ընդունում է 1, y-ը՝ -1, z-ը՝ 2 արժեք):

Երբեմն հանրահաշվական արտահայտության մեջ մասնակցող անհայտները չեն կարող որոշ արժեքներ ընդունել: Օրինակ, 1/x արտահայտության մեջ x-ը չի կարող զրո արժեքն ընդունել, կամ $\sqrt{x}$ արտահայտության մեջ x-ը չի կարող բացասական արժեք ընդունել: Այս առանձնահատկությունը նշելու համար ներմուծվում է **անհայտի թույլատրելի արժեքի** հասկացությունը: Օրինակ, 1/x արտահայտության մեջ 0-ն թույլատրելի արժեք չի, իսկ 1-ը թույլատրելի է:

Տարածված է նաև միջին թվաբանականի հետ միասին նույն իմաստով գործածվող **միջին արժեքի** հասկացությունը. a_1, a_2, …, a_n թվերի՝ միջին թվաբանականի արժեքը $\frac{a_1+\cdots+a_n}{n}$ թիվն է, միջին երկրաչափականի արժեքը $\sqrt{\mathrm{a}_1\mathrm{a}_2\ldots\mathrm{a}_n}$ թիվն է, որտեղ a_1, a_2, …, a_n թվերը դրական են, միջին քառակուսային արժեքը $\sqrt{\frac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2}{n}}$ թիվն է, միջին հարմոնիկի արժեքը $\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}}$ թիվն է:

Սահմանվում են նաև միջին ժամանակագրական, միջին լոգարիթմական, միջին աստիճանային արժեքներ, պատահական մեծության միջին արժեք և այլն:

Միջին արժեքը գործածվում է նաև այլ իմաստով՝ այն առնչելով ֆունկցիայի հասկացության հետ: Ընդհանրապես, A բազմությունից B բազմության մեջ տրված f ֆունկցիայի համար, եթե f(x) = y, ապա ասում են, որ **f ֆունկցիան x կետում ընդունում է y արժեքը**: Օրինակ, sin ֆունցիան $\pi/2$ կետում ընդունում է 1 արժեքը, քանի որ $\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$: Արժեքի այս ընկալման հետ են առնչվում նաև ֆունկցիայի **արժեքների տիրույթ**, **միջին արժեք**,

միջին աստիճանային արժեք և այլ հասկացություններ ու դրանց վերաբերյալ թեորեմների անվանումներ:

Մաթեմատիկայի արժեքը

Թեև արժեքի հասկացությունը մաթեմատիկայում ունի շատ մեծ կիրառություն, բայց որպես արժեք ամենանշանակալիցը ինքը՝ մաթեմատիկան է: Հաշվման, համեմատման և մաթեմատիկայի վերաբերյալ պարզագույն այլ գիտելիքներ մարդուն անհրաժեշտ են եղել նրա գոյության վաղնջենական ժամանակներից, և այդ գիտելիքներն ու դրանք արտահայտող եզրույթները ձևավորվել ու կազմել են որպես մարդկային լեզվի բաղկացուցիչ մաս: Դրանք ունեցել են առաջացած քանակական հարաբերություններն ու տարածական ձևերն արտահայտելու յուրահատուկ նշանակություն և առանձնահատուկ արժեք:

Հողագործության շրջանի սկզբնավորումը (մոտավորապես տասը հազար տարի առաջ) շրջադարձային եղավ ինչպես մարդկության ողջ պատմության, այնպես էլ մաթեմատիկայի համար: Հաշվելու, համեմատելու, կառուցելու, փոխանակելու և նմանատիպ այլ գործողություններ առաջադրեցին քանակական և որակական նոր խնդիրներ, որոնց լուծումը հնարավոր էր միայն մաթեմատիկայի կիրառման միջոցով: Բնական թիվը, հաշվման համակարգերը, թվի ամենապարզ մասերը, երկրաչափական պարզագույն ձևերը, դրանց չափումը արժեքավոր էին, որովհետև ստեղծվեցին այդ խնդիրների լուծումը իրականացնելու համար:

Հողագործության շրջանում հասարակության, նրանում ձևավորված փոխհարաբերությունների տրամաբանական զարգացումը մեր թվարկությունից առաջ 5-3-րդ հազարամյակներում հանգեցրեց գրերի գյուտին: Եվ հավանաբար գիրը ամենամեծ արժեքն է, որ երբևէ ստեղծվել է մարդկության կողմից, և նրանով էլ սկսվեց մարդկության զարգացման նոր՝ պատմական շրջանը. գրերի գյուտը հնարավորություն տվեց պահպանել և սերունդներին փոխանցել գիտական, տեխնիկական և մարդկային գործունեության այլ բնագավառների վերաբերյալ առկա տեղեկությունները: Դրա արդյունքում մենք այսօր կարողանում ենք իմանալ, որ Հին Արևելքը ունեցել է բավականին զարգացած մաթեմատիկա, առանց որի անհնար կլիներ իրականացնել այնպիսի վիթխարի կառույցներ, ինչպիսիք են եգիպտական բուրգերը, բաբելոնյան աշտարակը, միջագետքի ոռոգման ուղիները և այլն: Եգիպտացիներն, օրինակ, կարողացել են հաշվել կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի ծավալը: Այդ կառույցները և պահպանված արձանագրությունները վկայում են, որ հին աշխարհում մաթեմատիկայի արժեքը եղել է նրա կիրառության մեջ. այն ծառայել է որպես շինարարական և տեխնիկական մտահղացումների իրականացման կարևորագույն միջոց:

Անտիկ հույները նոր որակ հաղորդեցին մաթեմատիկային: Նրանք հին աշխարհի մաթեմատիկային ավելացրին ապացուցման տարրը: Մաթեմատիկայի՝ մինչ այդ իրենց նախորդների դրած ինչպե՞ս հարցադրմանը ավելացնելով նաև ինչո՞ւ հարցադրումը, նրանք մաթեմատիկան տեխնիկայի սպասարկուի մակարդակից բարձրացրին և դարձրեցին փիլիսոփայական հիմնարար հարցադրումների դիտարկման և լուծման ընդարձակ գիտական բնագավառ: Մաթեմատիկան նյութական արժեքի հետ միասին ձեռք բերեց նաև հոգևոր արժեք: Ամերիկյան ժամանակակից մաթեմատիկոս Մորիս Քլայնը ժամանակակից քաղաքակրթության մեջ հույների կատարած կարևորագույն ներդրումը համարում է այն, որ «նրանք ցույց տվեցին մարդկային բանականության հզորությունը, նրա հնարավորությունների անսահմանափակությունը» [10]: Եվ դրա առաջին ապացույցը հույների ստեղծած ՝ ապացուցման հասկացության վրա հենված մաթեմատիկան էր:

Նոր ժամանակների մաթեմատիկայի արժեքային ուղղվածությունը կարելի է գնահատել որպես վերադարձ դեպի արմատները, դեպի հին աշխարհ, դեպի կիրառություն, կիրառական ոլորտ՝ արդեն նոր հնարավորություններով ու նոր հավակնություններով: Ամեն ինչ սկսվեց Մեծ Գալիլեյից, ով նախանշեց մաթեմատիկայի ապագա դերը գիտությունների փաղանգում իր հանրահայտ իմաստությամբ՝ «Բնության ոսկե գիրքը գրված է մաթեմատիկայի լեզվով»:

Գիտությունների զարգացման հետագա ողջ ընթացքը հաստատեց Գալիլեյի այս մարգարեությունը, և բնության այդ հրաշագեղ գիրքը կարդալու իր մեծագույն առաքելությունը անցյալի ու ապագայի հանճարների կողմից ստեղծված մաթեմատիկան կատարեց փայլուն ձևով: Եվ առաջին օրինակը տվեց հենց ինքը՝ Գալիլեյը, առաջադրելով արագության չափման մաթեմատիկական իր բանաձևը՝ V = S/T: Միևնույն ժամանակ, միշտ չէ, որ տվյալ ժամանակի մաթեմատիկայի զարգացման մակարդակը բավարար էր լինում հաղթահարելու բնության այդ գիրքը կարդալու համար անհրաժեշտ դժվարությունները, և բնական գիտությունների առաջադրած խնդիրները լուրջ խթան էին հանդիսանում մաթեմատիկայի զարգացման համար: Այստեղ առաջինը Նյուտոնն էր, ով մարմինների և, մասնավորապես, մոլորակների շարժման բացատրությունը գտնելու համար ստեղծեց դիֆերենցիալ հաշիվը: Հետագա հետազոտողները խորացրին և ընդլայնեցին մաթեմատիկայի կիրառման սահմանները դեպի տարրական մասնիկներ ու երկնային մարմիններ, ստանալով դրանց ներդաշնակ շարժման և գոյության լիարժեք բացատրություն: Եվ այսօր ավելի մեծ հաջողության են հասել գիտության այն բնագավառները, որոնցում մեծ է եղել մաթեմատիկական ապարատի կիրառման չափերը:

Միևնույն ժամանակ ստացված աննախնթաց արդյունքները ցույց են տալիս, թե ինչքան հեռու կարող է գնալ մարդկային միտքը մաթեմատիկական լեզվի կիրառության միջոցով: Բավական է նշել, որ բնական գիտությունների ուսումնասիրության գործընթացում մաթեմատիկան հաճախ առաջ էր ընկնում և դրանցում կատարում հայտնագործություններ, որոնք այդ գիտությունների միջոցներով հաստատվում էին շատ ավելի ուշ: Նշենք այստեղ, օրինակ, որ Կարլ Գաուսը մոլորակների հետագծերի հաշվման իր մեթոդով գտավ Ցերերա փոքրիկ մոլորակը: Նման ձևով է հայտնաբերվել նաև Նեպտունը. ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Ուրբեն Լեվերյեն իր հետազոտության արդյունքները 1846-ին հանձնեց Բեռլինի ակադեմիա, որի հիման վրա գերմանացի աստղագետ Յոհան Հալլեն կոնկրետ դիտումներով հայտնաբերեց Նեպտունը և ցույց տվեց նրա տեղը երկնակամարում [2]:

Ահա ասվածը հաստատող ևս մեկ արդյունք ֆիզիկայից: Ներկայումս ինչպես գիտության, այնպես էլ տեխնիկայի մեջ մեծ տարածում գտած էլեկտրոմագնիսական ալիքները նախ հայտնաբերվել են մաթեմատիկայում: Ջեյմս Մաքսվելը, օգտվելով իր նախորդների (ֆիզիկոսներ) կողմից ստեղծած մաթեմատիկական ապարատից, տեսականորեն ցույց տվեց էլեկտրոմագնիսական ալիքների գոյությունը: Միայն երկար ժամանակ անց հնարավոր եղավ գործնականում ստանալ նման ալիքներ, որից հետո դրանք ունեցան աննախընթաց կիրառություն:

Այս հայտնագործությունները բավական են՝ ցույց տալու համար մաթեմատիկական լեզվի հզորությունը, նրա ուժը, որ թույլ է տալիս կաբինետային խաղաղության մեջ նստած՝ կատարել երևույթների ու նրանց հատկությունների, հարյուր հազարավոր, միլիոնավոր կիլոմետրերի հեռավորության վրա գտնվող առարկաների աներևակայելի հայտնագործություններ:

Բնության ոսկե գիրքը կարդալու հետ զուգընթաց, մաթեմատիկան հնարավորություն է տալիս նաև խորացնել ու ավելի հավաստի դարձնել հասարակական հարաբերությունների ուսումնասիրության շրջանակը: Ներկայումս ուսումնասիրության մաթեմատիկական մեթոդները ներթափանցել են լեզվաբանության, սոցիոլոգիայի, հոգեբանության և հումանիտար այլ ոլորտներ:

Մաթեմատիկայի կարևոր արժեքներից մեկը նրա կիրառությունն է տնտեսագիտության մեջ: Մաթեմատիկական մեթոդները տնտեսագիտական երևույթների և գործընթացների վերլուծության, մոդելավորման կարևորագույն գործիք են: Դրանք թույլ են տալիս ուսումնասիրել տնտեսական կյանքում առկա կապերը, զարգացման դինամիկան: Մաթեմատիկական մոդելավորումը ժամանակակից տնտեսագիտության լեզուն է, ինչը ցույց է տալիս, որ առանց մաթեմատիկայի այսօր անհնար է պատկերացնել ողջ տնտեսագիտությունը:

Մաթեմատիկան մեծ կիրառություն ունի առաջին հայացքից մաթեմատիկայից հեռու այնպիսի մի բնագավառում, ինչպիսին բժշկությունն է: Սկսած մարդու համար հարմար կոշիկի ստեղծումից մինչև ատամնաբուժական գործիքների և տոմոգրաֆիկական սարքավորումների պատրաստումը անհնար է առանց մաթեմատիկական՝ հաճախ շատ բարդ հաշվարկների ու տեսությունների կիրառման:

Միևնույն ժամանակ մաթեմատիկան հնարավորություն է տվել հասնելու նաև ներկա տեխնիկական աննախընթաց առաջընթացին՝ յուրաքանչյուր մարդուն անհրաժեշտ կենցաղային պարզագույն իրերից մինչև ավտոմեքենաներ, ինքնաթիռներ, արբանյակներ, համակարգիչներ, հեռախոսներ ու ժամանակակից տեխնիկայի այլ նվաճումներ: Եվ ինչքան տեխնոլոգիապես կատարյալ են նման նվաճումները, այնքան մեծ է նրանցում մաթեմատիկայի կիրառման աստիճանը:

Այսպիսով, մաթեմատիկան առկա է ամենուրեք, և ինչպես գիտական հետազոտությունների, այնպես էլ տեխնիկական ու տեխնոլոգիական նորամուծությունների իրականացման հնարավորությունը և արդյունավետությունը մեծապես պայմանավորված է նրանցում մաթեմատիկայի կիրառմամբ: Մաթեմատիկան իրավմամբ դարձել է պետությունների հզորության չափանիշ, և այսօր շարունակում է արդիական մնալ Նապոլեոնի հանրահատ գնահատականը՝ «Չի կարող լինել հզոր երկիր առանց հզոր մաթեմատիկայի»:

Դիտարկենք նաև մաթեմատիկան որպես ճշմարտական, գեղագիտական և բարոյական արժեք. ինչքանո՞վ է առկա մաթեմատիկայում ճշմարիտը, գեղեցիկը և բարին:

Ճշմարտության հետ մաթեմատիկայի առնչությունները քննելիս պետք է նկատի ունենալ, որ դեռևս Անտիկ Հունաստանում մաթեմատիկան համարվում էր ճշմարտության չափանիշ, և այս միտումը պահպանվեց գիտությունների զարգացման հետագա ողջ ընթացքում: Ավելին, մաթեմատիկայի մասնակցությունը բնական գիտություններում կատարված հայտնագործություններում գիտական հանրության կողմից ընդունվում էր և ընդունվում է որպես դրանց հավաստիության չափանիշ: Հավատը մաթեմատիկայի նկատմամբ որպես ճշմարտության չափանիշ պահպանվեց նաև 19-րդ դարի վերջերին և 20-րդ դարի սկզբներին մաթեմատիկայի ներսում ծագած լուրջ խնդիրների պատճառով, որոնք, սակայն, կարիք ունեն առանձին լուսաբանման:

Մաթեմատիկան սերտորեն առնչվում է գեղագիտական արժեքների հետ և ծառայում է արվեստի ամենատարբեր ոլորտներում որպես գեղեցիկի ստեղծման, ուսումնասիրման ու գնահատման կարևոր գործոն: Գեղեցիկի հետ մաթեմատիկայի փոխհարաբերություններին կարելի է մասնավորապես ծանոթանալ [2] աշխատանքում: Այստեղ մենք բավարարվենք այդ մասին մի քանի նշանավոր մաթեմատիկոսների արտահայտած կարծիքներով: Գոդֆրի Հարդին այսպես է բնութագրում գեղեցիկի հետ մաթեմատիկայի առնչությունը. «Մաթեմատիկոսի ստեղծագործությունը նույն չափով գեղեցիկ է, ինչքան նկարչի կամ բանաստեղծի ստեղծագործությունը, նրա մտքերը, ինչպես և ներկերն ու բառերը, պետք է օժտված լինեն ներքին հարմոնիայով, ներդաշնակությամբ: Եվ գեղեցկությունը մաթեմատիկական մտքերի առաջին փորձաքարն է. աշխարհում այլանդակ մաթեմատիկան տեղ չունի» [12]: Մորիս Քլայնը գրում է.«Երաժշտությունը կարող է վեհացնել կամ խաղաղեցնել հոգին, կերպարվեստը՝ շոյել աչքը, պոեզիան՝ արթնացնել զգացմունքներ, փիլիսոփայությունը՝ բավարարել բանականության պահանջները, ճարտարագիտական աշխատանքը՝ կատարելագործել մարդկանց կյանքի նյութական կողմը: Մաթեմատիկան կարող է հասնել բոլոր այդ նպատակներին միաժամանակ» [10]: Իսկ Բերթրան Ռասելը մաթեմատիկական գեղեցիկը բնութագրում է այսպես. «Մաթեմատիկան տիրապետում է ոչ միայն ճշմարտությանը, այլև բարձրագույն գեղեցիկին: Հղկված ու խիստ, վեհորեն մաքուր և կատարյալին ձգտող նման գեղեցկությունը հատուկ է միայն արվեստի մեծագույն ստեղծագործություններին» [11]:

Ինչ վերաբերում է բարու հետ մաթեմատիկայի փոխհարաբերություններին, ապա նկատի ունենալով գիտության և տեխնիկայի զարգացման մեջ ունեցած աննախընթաց դերը, մաթեմատիկան կարելի է դիտել որպես բարիք: Մաթեմատիկան բարիք է նաև նրանով զբաղվողների մտածողության, կամային որակների ու հոգեկան այլ երևույթների, իդեալի, ճաշակի գեղագիտական այլ կատեգորիաների ձևավորման և զարգացման գործում ունեցած դերով [3]-[9]: Այն հնարավորություն է տալիս նաև ընտրել ամենատարբեր մասնագիտություններ և հաջողության հասնել դրանցում: Ինչպես ցույց է տրվում [1] աշխատանքում, մաթեմատիկան կարող է հանդես գալ նաև որպես բարու, սիրո, հարգանքի, արդարության, պարտքի և բարոյական այլ արժեքների դրսևորման աղբյուր:

Գրականություն

1. Հ. Ս. Միքայելյան, Բարոյական արժեքները և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, 2011, 184 էջ:
2. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղեցիկը և մաթեմատիկան, Մաս 1, Երևան, 2014թ., 348 էջ:
3. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղագիտական զարգացումը և մաթեմատիկական կրթությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 1 (99), 2015թ., էջ 21-34:
4. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղագիտական իդեալը և մաթեմատիկական կրթությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 2 (100), 2015թ., էջ 3-13:
5. Հ. Ս. Միքայելյան, Գեղագիտական զգացմունքները եվ մաթեմատիկական կրթությունը, 3 (101), 2015թ., էջ 3 -16:
6. Հ. Ս. Միքայելյան, Երևակայության գեղեցկությունը և մաթեմատիկական կրթությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 4 (102), 2015թ., էջ 3 -19:
7. Հ.Ս.Միքայելյան, Գեղեցիկը, մաթեմատիկան և կրթությունը, Մաս 2, Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Երևան, 2015 թ., 440 էջ:
8. Հ. Ս. Միքայելյան, Մաթեմատիկական կրթության գեղագիտական հիմունքները, Երևան, 2016, 276 էջ:
9. Հ.Ս.Միքայելյան, Գեղագիտական դաստիարակությունը և մաթեմատիկական կրթությունը, Մաթեմատիկան դպրոցում, 4 (107), 2016թ., էջ 3-19:
10. М. Клайн, Математика, Поиск истины, М., 1988.
11. Б. Рассел, Искусство мыслить, М., 1954.

12. Г. Харди, Апология математики, Ижевск, 2000.
13. The Value of Mathematics, Levi-Civita institute, https://sites.google.com/site/levicivitainstitute/reasons/the-value-of-mathematics .

ЗНАЧЕНИЕ В МАТЕМАТИКЕ И ЦЕННОСТЬ МАТЕМАТИКИ

Г. С. Микаелян

Резюме

Для английского термина value на русском часто употребляется термин значение, и соответствующее понятие определяется неоднозначно. А когда мы говорим о value самой математики, то мы приходим к понятию ценности математики. В статье рассматриваются оба эти употребления дла value. Приводятся имеющиеся разные значения этого термина в математике, а также веские доводы ценности математики в самих разных областях жизнедеятельности.

VALUE IN MATHEMATICS AND VLUE MATHEMATICS

H. S. Mikaelian

Summary

In article the problem of the use of the term value in mathematics and value of mathematics is considered. In the first case value of this term is defined ambiguously, and we give the corresponding uses both in school and in mathematics itself. For the second case the arguments showing mathematics value in different areas of activity are adduced.

Համլետ Սուրենի Միքայելյան – ֆ.մ.գ.թ., մ.գ.դ, մաթեմատիկայի /ՌԴ/ և մանկավարժության /ՀՀ/ պրոֆեսոր, ՀՊՄՀ մաթեմատիկայի և նրա դասավանդման մեթոդիկայի ամբիոնի վարիչի պաշտոնակատար, “Մաթեմատիկան դպրոցում” ամսագրի գլխավոր խմբագիր:

Հեռախոս՝ 093 88 17 07
Էլ. հասցե՝ h.s.mikaelian@gmail.com

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ ԻՆՏԵԳՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱՀԱՐՑԻ ՄԱՍԻՆ

Սարիբեկ Հակոբյան

Բանալի բառեր - մաթեմատիկա, ֆինանսական կրթություն, ինտեգրում, նպատակ, բովանդակություն, սկզբունքներ և մեթոդներ, ուսուցանող խնդիր

Նախաբան

ՀՀ կառավարության 2014թ. նոյեմբերի 13-ի նիստի N 47 արձանագրային որոշումով հավանության է արժանացել ֆինանսական կրթության ազգային ռազմավարությունը և 2014-2019 թվականների գործողությունների ծրագրը, որոնց դրույթներին համապատասխան պատրաստվել է սովորողների համար նախատեսված ֆինանսական կոմպետենցիաների մատրից: Այնուհետև ստեղծվել է աշխատանքային խումբ (Ս.Է.Հակոբյան, Շ.Մ.Ղազարյան, Ա.Լ.Փոքրիկյան), որը, համագործակցելով մասնագիտական այլ խմբերի հետ, մշակել է մաթեմատիկա և հանրահաշիվ առարկաներում ինտեգրվող ֆինանսական կրթության չափորոշչի և ծրագրի նախագիծ: Մշակման ընթացքում, վերոհիշյալ փաստաթղթերի հետ մեկտեղ, հաշվի են առնվել նաև ՀՀ-ում ֆինանսական կրթության վերաբերյալ տարբեր կազմակերպությունների կողմից կատարված հետազոտությունների արդյունքները, հանրակրթության ազգային կրթակարգի մշակման ընթացքում ձևավորված նոր մոտեցումները, միջազգային և հայրենական առաջավոր փորձը:

Ստորև ներկայացվում են մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում, որպես ինտեգրված բաղադրիչ, ֆինանսական կրթություն իրականացնելու վերաբերյալ հիմնական մոտեցումներն ու հայեցակարգային դրույթները:

Համատեքստ

Արդի ժամանակաշրջանում յուրաքանչյուր անձ առօրյայում և կենսագործունեության տարբեր ոլորտներում շարունակ առնչվում է ֆինանսական խնդիրների հետ, որոնց թվում առավել մեծ կենսական նշանակություն ունեն հատկապես անձնական ֆինանսների կառավարմանը վերաբերող խնդիրները: Դրանք արդյունավետ լուծելու համար պահանջվում է ունենալ ֆինանսական գրագիտության բավարար մակարդակ, ինչը կարող է ձեռք բերվել միայն նպատակային կրթական ծրագրերի շնորհիվ: Ֆինանսական կրթության այն ծրագրերը, որոնք լինելով ողջ կյանքի ընթացքում անձի համար համապիտանի կարողությունների ձևավորման միջոց, վերաբերում են հանրության բոլոր անդամներին և աստիճանական զարգացում են ունենում որպես շարունակական գործընթաց: Այդ գործընթացի առանցքային և հիմնական օղակներից մեկը հանրակրթական դպրոցն է, որտեղ հնարավոր է անձի զարգացման վաղ տարիքից ներդնել անձնական ֆինանսները կառավարելու սովորույթ, այն դարձնել կենսակերպի անբաժանելի մաս և ձևավորել որպես մշակույթ:

Հանրակրթական ծրագրերի բովանդակության մեջ ֆինանսներին վերաբերող գիտելիքների ներառումը, իր հերթին, խթան կհանդիսանա նաև մեծահասակների (ուսուցիչների, ծնողների և այլն) ֆինանսական գրագիտության բարելավման համար, և արդյունքում բարենպաստ միջավայր կստեղծվի, որպեսզի հանրային կյանքում դրական վերաբերմունք ձևավորվի անձնական ֆինանսների կառավարման վերաբերյալ:

Հանրակրթական դպրոցներում ֆինանսական կրթության իրականացման արդյունավետ ուղիներից մեկը միջառարկայական ինտեգրումն է, երբ ֆինանսներին վերաբերող բովանդակային նյութը ներառվում է գործող առարկաներից մի քանիսի ծրագրերում: Ինտեգրման մոտեցումը թույլ է տալիս, չավելացնելով դասաժամային ծանրաբեռնվածությունը, ֆինանսների կարևորությունը լուսաբանել ուսումնական տարբեր առարկաներում դիտարկվող իրավիճակների վերլուծության, օրինակների պարզաբանման և խնդիրների լուծման ընթացքում: Այդ տեսակետից առանձնահատուկ հնարավորություններ ունի մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացը, քանի որ այն ունենալով շարունակական ընթացք (դասավանդվում է 1-12-րդ դասարաններում), բոլոր տարիքի սովորողների համար կարող է դիտարկել ֆինանսներին վերաբերող իրավիճակներ, հարցեր և խնդիրներ: Ընդ որում՝ այդպիսի ինտեգրումը բարենպաստ կլինի նաև հենց մաթեմատիկայի կրթական խնդիրների իրականացման առումով. ֆինանսներին վերաբերող հարցերի շնորհիվ կամրապնդվի մաթեմատիկական կրթության բովանդակության կապը իրական կյանքի հետ: Դրա արդյունքում մաթեմատիկական վերացական հասկացություններն ու առնչությունները կփոխադրվեն կիրառական ոլորտ և այդպիսով կնպաստեն ուսումնական նյութի ընկալմանն ու սովորողների հետաքրքրասիրության բարձրացմանը:

Առկա իրավիճակը

Ֆինանսներին վերաբերող որոշ գիտելիքներ, թեև ոչ համակարգված ձևով, ներառված են նաև մաթեմատիկայի առարկայական գործող ծրագրերում և դասագրքերում: Մասնավորապես, տարրական դպրոցի ծրագրում ակնարկ կա փողի՝ ՀՀ դրամի մասին, դիտարկվում են ապրանքի գին–քանակ–արժեք հարաբերակցությանը վերաբերող որոշ խնդիրներ: Միջին դպրոցի 6-րդ դասարանում ուսումնասիրվում է «Տոկոս» թեման, որի շրջանակներում հանդիպում են նաև որոշ խնդիրներ՝ կապված ապրանքի գնի փոփոխության հետ: Դրանք հիմնականում միօրինակ խնդիրներ են և միտված չեն ծառայելու ֆինանսական գրագիտության բարելավման նպատակին:

Վիճակն առավել անբավարար է հատկապես միջին դպրոցի 7-9-րդ դասարանների՝ 2011թ. գործածության մտած «Հանրահաշիվ» առարկայի ծրագրում և դասագրքերում: Ծրագրում առհասարակ բացակայում է որևէ նախադասություն, որը կվերաբերի մաթեմատիկական նյութի կիրառական ոլորտին, այդ թվում և ֆինանսներին: Ինչ վերաբերում է դասագրքերին, դրանցում չի ընդգրկված թեկուզ մեկ խնդիր, որի տվյալների մեջ ապրանքի կամ ծառայության գինը արտահայտված լինի ՀՀ դրամով: Լինելով ռուսերենից թարգմանված գրքեր, որևէ տեղայնացում չի կատարվել, և դրանցում ընդգրկված՝ առանց այն էլ սակավաթիվ, տեքստային խնդիրներում դրամական միավորը միայն ռուբլին է, որևէ ակնարկ չկա նաև արտարժույթի ու դրամափոխանակման մասին:

Ավագ դպրոցի ծրագրում նույնպես ֆինանսական կրթությանը ծառայող թեմաների հիշատակումները բացակայում են, իսկ դասագրքերում ընդգրկված տեքստային խնդիրներում միայն եզակի նմուշներ են առկա, որոնց համատեքստը անուղղակի առնչություն ունի ֆինանսական այս կամ այն ոլորտին վերաբերող իրադրության հետ:

Ամբողջությամբ վերցրած՝ կարելի է ասել, որ ներկայումս մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում շատ տարերային և անկազմակերպ ձևով է շոշափվում սովորողների ֆինանսական գրագիտությանը նպաստելու հարցը, այդպիսի կրթական խնդիր չի էլ դրվել, ուստի և չի օգտագործվել մաթեմատիկայի կրթական այն հսկայական ներուժը, որը հնարավորություն կընձեռեր բացահայտել ուսումնական առարկայի կիրառական նշանակությունը՝ ապահովելով կրթության բովանդակության կապը սովորողների կրթական կարիքների հետ: Դրա հետևանքով աշակերտները դպրոցն ավարտելիս ոչ միայն չեն կարողանում կայացնել պատասխանատու որոշումներ իրենց անձնական ֆինանսների վերաբերյալ, այլև հետդպրոցական կյանքում նույնպես լուրջ դժվարություններ են ունենում լրացնելու այդ բացը, քանի որ մինչ այդ անհրաժեշտ հիմքը բացակայում է:

Նպատակը

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասընթացում ֆինանսական կրթության ինտեգրման հիմնական նպատակն է՝ նպաստել ֆինանսապես գրագետ անձի ձևավորմանը, անձ, ով ունի այնպիսի գիտելիքներ, հմտություններ և մշակույթ, որոնք նրան հնարավորություն են տալիս լինել տեղեկացված, իր անձնական ֆինանսների վերաբերյալ կայացնել պատասխանատու որոշումներ, ձեռնարկել իրավիճակին համապատասխան ճիշտ գործողություններ:

Անձնական ֆինանսների վերաբերյալ որոշումներ կայացնելու և իրավիճակին համապատասխան գործողություններ ձեռնարկելու համար անձից պահանջվում է որոշակի ինքնավստահություն, իսկ վերջինս կարող է դրսևորվել միայն հիմնավոր հաշվարկների ու համակողմանի վերլուծությունների առկայության դեպքում: Եվ հենց դա է հանգուցային այն խնդիրը, որի շուրջ միավորվում են մաթեմատիկական և ֆինանսական կրթությունները:

Մաթեմատիկական կրթության բովանդակության մեջ ֆինանսական բովանդակությամբ հարցերի ներառումը նպատակ ունի, մյուս կողմից, բարենպաստ ներգործություն ունենալ «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառի կրթական խնդիրների արդյունավետ լուծման վրա: Մաթեմատիկական գրագիտություն ունենալու առանցքային (համապիտանի) կոմպետենցիան ենթադրում է կյանքի տարբեր իրադրություններ ներկայացնող համատեքստում մաթեմատիկական գիտելիքներ ու մեթոդներ կիրառելու կարողություն: Ֆինանսներին առնչվող իրավիճակներն ունեն այն առանձնահատկությունը, որ դրանք վերաբերում և հետաքրքրում են բոլորին, ուստի մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում դրանց դիտարկման շնորհիվ՝

ա) բարենպաստ իրադրություն է ստեղծվում բոլոր սովորողներին ուսումնական ակտիվ աշխատանքի մեջ ներգրավելու համար,

բ) տեսանելի և ընկալելի է դառնում մաթեմատիկական նյութի կիրառական նշանակությունը, զգալիորեն ուժեղանում են միջառարկայական կապերը,

գ) նոր հնարավորություններ են ստեղծվում մաթեմատիկայի ուսուցման ընթացքում գործնական և հետազոտական աշխատանքների կատարման համար,

դ) բարենպաստ պայմաններ են առաջանում ուսումնական այնպիսի աշխատանքների համար, որոնք ծառայում են սովորողների դաստիարակության և սոցիալական հմտությունների զարգացման նպատակին:

Բովանդակությունը

Ֆինանսական գիտելիքների, հմտությունների, վերաբերմունքի և վարքագծի այն տարրերը, որոնք ինտեգրված ձևով ներառվելու են «Մաթեմատիկա» ուսումնական բնագավառի բովանդակության մեջ, մաթեմատիկայի առարկայական ծրագրերի կառուցվածքային էական փոփոխություններ չեն պահանջում: Մաթեմատիկայի առարկայական ծրագրերում ոչ թե առանձին թեմաներ և դասաժամեր են հատկացվելու ֆինանսական գիտելիքների համար, այլ մաթեմատիկական նյութի ուսուցման ընթացքում զուգընթաց դրվելու է նաև անձնական ֆինանսների կառավարման կարողությունների ձևավորման նպատակ: Իսկ վերջինիս իրականացման համար ծրագրվում է դիտարկել ֆինանսական ոլորտի այնպիսի իրավիճակներ, օրինակներ, խնդիրներ, որոնց վերլուծությունը, լուսաբանումը և լուծումը անմիջական առնչություն ունեն ուսուցանվող մաթեմատիկական նյութի բովանդակության և նրա կիրառությունների հետ:

Ակնհայտ է, որ սովորողների ֆինանսական ունակությունների զարգացմանը ծառայող բովանդակային նյութն ամբողջությամբ չի կարող պարփակվել միայն մաթեմատիկայի կրթական խնդիրների շրջանակում: Այդ պատճառով է, որ ֆինանսական հարցեր արտացոլվում են նաև ուրիշ առարկաների ծրագրերում (օրինակ «Ես և շրջակա աշխարհը» առարկան՝ կրտսեր դպրոցում, «Հասարակագիտություն» առարկան՝ միջին և ավագ դպրոցներում, և այլն): Մաթեմատիկական կրթության բովանդակության մեջ ներառվելու են ֆինանսներին վերաբերող այնպիսի հարցերն ու խնդիրները, որոնք համահունչ են մաթեմատիկական մտածելակերպին, մաթեմատիկայի մեթոդին և մաթեմատիկական ապարատի կիրառությանը: Մաթեմատիկայի դասընթացը նպաստավոր է սովորողի այնպիսի որակների ձևավորման համար, որոնց շնորհիվ նա կկարողանա իր գիտելիքներն ու հմտությունները օգտագործել, մասնավորապես, հետևյալ ուղղություններով՝

ա) անձնական և ընտանեկան բյուջեի արդյունավետ կառավարում,

բ) խնայողությունների կատարում և երկարաժամկետ պլանավորում,

գ) պարտքերի արդյունավետ կառավարում,

դ) արդյունավետ գնումների իրականացում. ֆինանսական ծառայություններից օգտվելիս տեղեկությունների հավաքագրում, համեմատում և պատասխանատու որոշումների կայացում,

ե) ֆինանսական համակարգում և շուկայում առաջարկվող ծառայություններից օգտվելու ռիսկերի գնահատում:

Կրթության բովանդակության մեջ, ֆինանսական գիտելիքների ու հմտությունների հետ մեկտեղ, ներառվում են նաև արժեքները, որոնք դրսևորվում են վերաբերմունքի և վարքագծի միջոցով: Մաթեմատիկական համատեքստում կարող են ներկայացվել այնպիսի արժեքներ, ինչպես օրինակ՝

- փողի և անձնական ֆինանսների կառավարման վերաբերյալ դրական վերաբերմունքը, սովորույթն ու մշակույթը,
- սեփական իրավունքների պաշտպանությունը՝ որպես սպառողի,
- կարիքների, պահանջների և հնարավորությունների ներդաշնակեցումը,
- զեղծարարությունից ու խարդախությունից խուսափումը և այլն:

Բովանդակային միջուկ և ակնկալվող արդյունքներ

Ֆինանսական կրթության բովանդակային բաղադրիչները կանոնակարգվելու են ըստ սովորողների տարիքային խմբերի, ներկայացվելու են ինտեգրված թեմատիկ պլաններով, որոնք նախատեսվում են «Մաթեմատիկա» (կրտսեր դպրոցի 2-4-րդ, միջին դպրոցի 5-6-րդ դասարանների) և «Հանրահաշիվ» (միջին դպրոցի 7-9-րդ, ավագ դպրոցի 10-11-րդ դասարանների) առարկայական ծրագրերում ներառելու նպատակով:

2-4-րդ դասարաններ

Ֆինանսական բաղադրիչ. Փող. ՀՀ դրամ, գնումներ, անձնական բյուջե:
Համեմատություններ, հաշվարկներ և գնումներ, արդյունավետ գնումներ: Մշտական և ոչ մշտական եկամուտներ ու ծախսեր, առաջնահերթությունների որոշում:
Ակնկալվող արդյունք. Կարողանա կատարել հաշվարկներ՝ օգտագործելով փող/դրամ: Հաշվի առնելով գնի վրա ազդող տարբեր գործոններ՝ կարողանա կատարել արդյունավետ գնումներ: Կարողանա կազմել և հաշվել իր անձնական բյուջեն:
Մաթեմատիկական բաղադրիչ. Բնական թիվ, թվերի համեմատումը, գործողություններ բնական թվերով: Թվաբանական գործողությունների հատկությունները: Ամբողջ և մասեր: Մասերի համեմատում, կոտորակներ: Աղյուսակներ:

5-6-րդ դասարաններ

Ֆինանսական բաղադրիչ. Աշխատանք և եկամուտ: Ընտանեկան բյուջե: Պարզ տոկոսներ:
Վարձու աշխատանք և գործարարություն, ստացված եկամուտների բաշխում: Մշտական և ոչ մշտական եկամուտներ ու ծախսեր, առաջնահերթությունների որոշում: Խնայողության և պարտքի դեպքում կիրառվող տոկոսադրույքներ: Ապրանքների և ծառայությունների գների վրա կիրառվող զեղչեր:
Ակնկալվող արդյունք. Գործողություններ կատարելու միջոցով կարողանա հաշվել ստացված եկամուտները: Կարողանա կազմել և հաշվել ընտանեկան բյուջե: Կարողանա պարզ տոկոսը կիրառել խնայողության, պարտքի և գնումների համատեքստում:
Մաթեմատիկական բաղադրիչ. Բաժիններ, կոտորակներ, թվաբանական գործողություններ կոտորակներով: Տվյալների հավաքում, աղյուսակներ, դիագրամներ, գրաֆիկներ: Մեծությունների համեմատականություն: Տոկոսներ:

7-9-րդ դասարաններ

Ֆինանսական բաղադրիչ. Փողը տարբեր երկրներում: Բարդ տոկոսներ: Անձնական բյուջե, վերահսկողություն: Պարտքերի կառավարում, վարկեր: Դրամախաղ, պատահույթի հավանականություն:

Արժույթներ, փոխարժեք, փոխարժեքի փոփոխությունների դերը անձնական և ընտանեկան բյուջեի կառավարման գործում: Խնայողության և պարտքի դեպքում կիրառվող բարդ տոկոսադրույքներ: Կարճաժամկետ և երկարաժամկետ խնայողություններ: Եկամուտների, ծախսերի, դրամական մուտքերի և ելքերի վիճակագրական վերլուծություն: Բյուջեի վերահսկողություն: Վարկեր և դրանց վերաբերյալ հաշվարկներ: Անվանական և փաստացի տոկոսադրույքներ: Հավանականության դերը ֆինանսական որոշումներ կայացնելիս:

Ակնկալվող արդյունք. Կարողանա համեմատել տարբեր արժույթների փոխարժեքները ֆինանսական որոշումներ կայացնելու նպատակով: Կարողանա բարդ տոկոսը կիրառել խնայողություն կատարելու և պարտք վերցնելու դեպքերում: Վիճակագրական տվյալների օգտագործմամբ կարողանա կատարել բյուջեի վերաբերյալ հաշվարկներ: Կարողանա կատարել վարկերի հետ կապված հաշվարկներ, համեմատություններ և արդյունավետ որոշումների կայացում: Կարողանա կատարել պատահույթների հավանականության հաշվարկներ և գնահատում՝ ֆինանսական որոշումներ կայացնելիս:

Մաթեմատիկական բաղադրիչ. Հաստատուն գումարով, տարբերությամբ, արտադրյալով և քանորդով համեմատականություններ: Կշռույթ: Ամբողջ ցուցիչով աստիճան, աստիճանային աճ: Վիճակագրական տվյալների բնութագրերը՝ միջին, կշռված միջին, մոդա, միջնաթիվ: Թվաբանական և երկրաչափական պրոգրեսիաներ: Պատահույթ, պատահույթի հավանականություն:

10-11-րդ դասարաններ

Ֆինանսական բաղադրիչ. Հարկեր, եկամուտից գանձվող վճարներ և պետությունից ստացվող եկամուտ: Առաջարկ-պահանջարկ, արդյունավետ գնում: Պարտքերի կառավարում, վարկեր: Երկարաժամկետ խնայողություններ, արժեթղթեր: Անձնական բյուջեի վրա ազդող ռիսկեր. գնաճ և փոխարժեք:

Հարկեր, դրանց տեսակները: Եկամուտից գանձվող այլ վճարներ: Պետության կողմից տրված եկամուտներ:Առաջարկ և պահանջարկ, դրանց վրա ազդող գործոններ: Հավասարակշիռ գին և արդյունավետ գնումներ: Վարկեր և դրանց վերաբերյալ հաշվարկներ: Պարտքերի վերաֆինանսավորում: Վարկունակություն և վարկային պատմություն: Բաժնետոմս և պարտատոմս: Կենսաթոշակային համակարգ: Արդյունավետ ներդրումային որոշումների կայացում: Գնաճ և գնանկում: Փոխարժեք: Դրանց դերը անձնական ֆինանսների կառավարման գործում:

Ակնկալվող արդյունք. Կարողանա կատարել եկամուտից գանձվող վճարների և պետությունից ստացվող եկամուտի հետ կապված հաշվարկներ: Կարողանա որոշել ապրանքների և ծառայությունների գինը, կատարել արդյունավետ գնումներ: Հաշվարկներ կատարելու միջոցով կարողանա կայացնել պարտքերի կառավարման, խնայողությունների և ներդրումների հետ կապված արդյունավետ որոշումներ: Կարողանա գնահատել գնաճի և փոխարժեքի փոփոխության ազդեցությունը անձնական ֆինանսների վրա՝ կատարելով անհրաժեշտ հաշվարկներ:

Մաթեմատիկական բաղադրիչ. Հանրահաշվական արտահայտություններ: Բանաձևեր: Հավասարումներ և անհավասարումներ: Ֆունկցիա: Ֆունկցիայի հետազոտում, աստիճանային, ցուցչային և լոգարիթմական ֆունկցիաներ, հավասարումների և անհավասարումների համակարգեր: Վիճակագրության տարրեր:

Ուսուցանող խնդիրների նմուշօրինակներ

2-4-րդ դասարաններ

1. Խանութում տետրի գինը 50 դրամ է, մատիտի գինը՝ 30 դրամ, գրիչի գինը՝ 60 դրամ:

ա) Որքա՞ն պետք է վճարի Շուշանը 2 տետր, 3 մատիտ և 1 գրիչ գնելու համար:

բ) Շուշանի հետ նույն խանութը մտած Արթուրի մոտ կար 650 դրամ, և նա ուզում էր գնել 10 տետր ու 2 գրիչ: Բավարա՞ր էր նրա ունեցած փողը այդ գնումը կատարելու համար:

գ) Խանութը է մտնում Արթուրի եղբայրը և հայտնում, որ մոտակա դպրոցական տոնավաճառում նույնպիսի տետրն արժե 40 դրամ, իսկ գրիչը՝ 50 դրամ: Արթուրը նախընտրեց գնումները կատարել տոնավաճառից:

Որքա՞ն գումար խնայեց Արթուրը խանութի փոխարեն տոնավաճառից գնումներ կատարելու արդյունքում:

2. Ավտոբուսով դպրոց գնելու և վերադառնելու համար Շուշանի ծնողներն ամեն օր նրան տալիս էին 200 դրամ: Շուշանը տեղյակ էր, որ տրոլեյբուսի ուղևորավարձը ոչ թե 100, այլ 50 դրամ է: Դրա համար էլ որոշել էր դպրոց գնալ և վերադառնալ տրոլեյբուսով: Որքա՞ն գումար էր խնայում Շուշանը յուրաքանչյուր շաբաթվա ընթացում:
3. Արթուրը շուկայում վաճառում էր իրենց այգուց ստացված խնձորն ու տանձը. Օրվա ընթացքում խնձորի կիլոգրամը վաճառում էր 450 դրամով, տանձի կիլոգրամը՝ 650 դրամով: Երեկոյան նա որոշեց գները իջեցնել՝ խնձորինը 60 դրամով, տանձինը՝ 70 դրամով: Շուշանը կեսօրին գնացել էր շուկա և Արթուրից գնել 3-ական կիլոգրամ խնձոր և տանձ:

ա) Որքա՞ն էր վճարել Շուշանը այդ գնումների համար:

բ) Որքա՞ն կխնայեր նա, եթե գնումները կատարեր երեկոյան:

4. «Նժույգ» և «Եղնիկ» տաքսի ծառայություններն առաջարկում են տարբեր գներ.

Ծառայությունը	Նստելավարձը դրամով	Յուրաքանչյուր կմ-ի փոխադրման գինը՝ դրամով
«Նժույգ»	300	80
«Եղնիկ»	-	100

Ո՞ր ծառայության առաջարկն է ավելի էժան, եթե հարկավոր է երթևեկել ա) 6կմ, բ) 15կմ, գ) 21կմ:

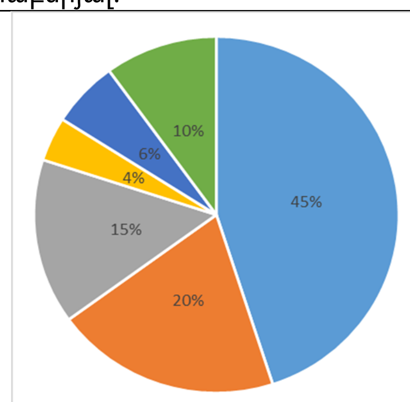
5. Խանութում առանձին վաճառվող յուրաքանչյուր գրիչն արժե 60 դրամ, իսկ նույնպիսի գրիչների տուփը, որում կա 24 գրիչ, արժե 1360 դրամ: Որքա՞ն դրամ կծախսեք դասարանի աշակերտներին մեկական գրիչ նվիրելու համար, եթե դասարանում կա՝ ա) 18 աշակերտ, բ) 23 աշակերտ, գ) 28 աշակերտ: Ինչպիսի՞ խնայողություն է հնարավոր կատարել բ) և գ) դեպքերում:

5-6-րդ դասարաններ

6. Երեք գործարարներ ստեղծեցին առևտրային ընկերություն: 1-ինը կատարեց 150 000 դրամ ներդրում, 2-րդը՝ 100 000 դրամ և 3-րդը՝ 125000 դրամ: Առևտուրը կատարելուց հետո նրանք ստացան 105000 դրամ

ընդհանուր եկամուտ: Որքա՞ն կլինի յուրաքանչյուր գործարարի բաժին եկամուտը:

7. Խանութում ապրանքի գինը նախ իջեցրին 10%-ով, իսկ հետո նոր գինը բարձրացրին 10%-ով: Արդյունքում թանկացա՞վ, թե՞ էժանացավ ապրանքը:
Դիտարկեք նաև հակառակ դեպքը, երբ սկզբում գինը բարձրացնում են, հետո՝ իջեցնում: Ստացված արդյունքների հիման վրա եզրակացություններ արեք:
8. Արտահայտել շրջանաձև դիագրամով՝ կազմելով ուղիղ և հակադարձ խնդիրներ ընտանեկան բյուջեի վերաբերյալ.

45% - սնունդ 20% - կոմունալ ծախսեր 15% - հագուստ 4% - տնտեսական ծախսեր 6% - տրանսպորտ 10% - խնայողություն	90 000 դրամ 40 000 դրամ 30 000 դրամ 8 000 դրամ 12 000 դրամ 20 000 դրամ	

9. Արթուրն իր խնայած 3 միլիոն դրամը որպես ավանդ մեկ տարի ժամկետով ներդրեց բանկում՝ 14% տոկոսադրույքով: Տարին լրանալուց հետո, որքա՞ն գումար նա կստանա, եթե հայտնի է, որ ավելացված գումարի 10%-ը գանձվում է որպես եկամտահարկ:
10. Խանութում ապառիկ, առանց կանխավճարի վաճառվում է 279 000 դրամ արժողությամբ համակարգիչ՝ պայմանով, որ պարտքը պետք է փակվի 9 ամսվա ընթացքում: Շուշանը գիտեր, որ խելամիտ կլինի, եթե պարտքը չգերազանցի եկամուտի 30%-ը: Հարմա՞ր է նրան գնել այդ համակարգիչը, եթե իր եկամուտը ամսական կազմում է 110000դրամ:
11. Անահտ ձեռներեցին հարկավոր էր մեկ տարով 5 միլիոն դրամ վարկ վերցնել: Նա պարզեց, որ «Ա» բանկը կարող է ցանկացած չափի վարկ տալ տարեկան 18% տոկոսադրույքով, իսկ «Բ» բանկը վարկ է տալիս՝ մինչև 2 միլիոն դրամի դեպքում 17%, իսկ 2 միլիոն դրամից ավելիի դեպքում 19% տոկոսադրույքով:

Ինչպիսի՞ ընտրություն կատարի ծեռնէրեցը, որպեսզի վարկի համար վճարելիք ծախսը լինի նվազագույն: Հաշվել այդ ծախսը:

7-9-րդ դասարաններ

12. Արթուրը մեկնելու էր Ջավախք և որոշել էր իր ունեցած 300 դոլարը նախապես փոխանակել լարիով: Այդ նպատակով նա այցելեց իրենց բնակավայրին մոտ գործող տարադրամի փոխանակման երկու կետերը և ծանոթացավ գնացուցակին՝

«Ա կետ» «Բ կետ>>

Տարադրամը	Առք դրամով	Վաճառք դրամով		Տարադրամը	Առք դրամով	Վաճառք դրամով
դոլար	480	484		դոլար	482	485
լարի	192	198		լարի	193	200

Կատարելով համեմատություններ՝ նա ընտրեց փոխանակման լավագույն տարբերակը: Քանի՞ լարի ունեցավ Արթուրը:

13. Հիմնարկի հաստիքացուցակն ունի հետևյալ տեսքը՝

Պաշտոն	**Հաստիք**	**Աշխատավարձ**
Տնօրեն	1	400 000 դրամ
Հաշվապահ	1	270 000 դրամ
Բաժնի վարիչ	3	250 000 դրամ
Գլխավոր մասնագետ	3	200 000 դրամ
Մասնագետ	5	150 000 դրամ
Գործավար	2	100 000 դրամ

Տնօրենը Ձեզ առաջարկում է նոր հաստիք՝ խորհրդատու, որի աշխատավարձի չափը որոշվում է բոլոր աշխատողների աշխատավարձերի բնութագրիչ ցուցանիշներից մեկով՝ կա՛մ ըստ միջին թվաբանականի, կա՛մ ըստ մոդայի, կա՛մ ըստ միջնաթվի: Դուք ո՞ր ցուցանիշն եք ընտրում բարձր աշխատավարձ ունենալու համար:

10-11-րդ դասարաններ

14. Անին ուզում է բանկից վերցնել վարկով գումար՝ 1 200 000 դրամ: Մարումը կատարվում է տարեկան 1 անգամ՝ հավասարաչափ գումարներով

անմիջապես տոկոսների վերահաշվարկից հետո: Տարեկան տոկոսադրույքը 15% է: Ամենաքիչը քանի՞ տարով պետք է Անին վերցնի վարկը, որպեսզի տարեկան վճարումը լինի 320 000 դրամից ոչ ավելի:

15. Ֆիրման թողարկում է արտադրանք, որի առաջարկի ֆունկցիան ունի $q = 10{,}4p - 800$ տեսքը, իսկ պահանջարկի ֆունկցիան՝ $q = 910 - p$ տեսքը (որտեղ q-ն քանակն է, p-ն՝ արտադրանքի միավորի գինը 1000 դրամով):
ա) Քանի՞ միավոր արտադրանք թողարկելու դեպքում կստեղծվի շուկայական հավասարակշռություն, և ի՞նչ գնով:
բ) Ի՞նչ գնի դեպքում շուկայում արտադրանքի դեֆիցիտը կլինի 570 միավոր:
16. Բանկը ընդունում է երկարաժամկետ ավանդ, որի փաստացի եկամտաբերությունը՝ արտահայտված բարդ տոկոսով, յուրաքանչյուր տարվա համար կազմում է 12%: Քանի՞ տարի հետո բանկում ներդրված գումարը կկրկնապատկվի:
17. Արթուրն ուզում է գնել ավտոմեքենա, որի գինը 3 միլիոն դրամ է: Այդ նպատակի համար նա յուրաքանչյուր ամսվա աշխատավարձից խնայում է 25 հազար դրամ: Ընդունելով, որ գնաճ տեղի չի ունենա, քանի՞ տարի հետո նա կկարողանա գնել այդ ավտոմեքենան, եթե՝
ա) խնայողությունը պահի իրենց տանը,
բ) յուրաքանչյուր տարվա խնայողությունը որպես ավանդ ներդնի բանկում, որում տարեկան տոկոսադրույքը առնվազն 10% է:

Վերջաբան

Մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում ֆինանսական կրթության՝ որպես ինտեգրված բաղադրիչի իրականացումը պահանջում է նախապատրաստական համակարգված աշխատանք: Չափորոշչի և ծրագրի մշակմանը հաջորդելու է ուսումնական և մեթոդական ուղեցույցների ու ձեռնարկների պատրաստում, ինչը բավարար կլինի առաջիկա ուսումնական տարում որոշակի թվով դպրոցներում ծրագիրը փորձարկելու համար: Այդ նպատակով նախ պետք է վերապատրաստել փորձարկող ուսուցիչներին, իսկ հետո՝ փորձարկման ընթացքում ցուցաբերել մեթոդական աջակցություն և անցկացնել պարբերական մշտադիտարկում: Այնուհետև պետք է բազմակողմանիորեն վերլուծել փորձարկման արդյունքները, կատարել անհրաժեշտ ճշգրտումներ, և դրանց հիման վրա կազմակերպել մյուս դպրոցներում ծրագրի ներդրման աշխատանքները: Հարկավոր է նկատել, որ հանրակրթության բնագավառում, փաստորեն, ստեղծվում է համեմատաբար նոր իրադրություն, որի հետ կապված ծագում են մանկավարժական մի շարք խնդիրներ, որոնք կարող են լինել նաև գիտական հետազոտությունների առարկա:

Գրականություն

1. ՀՀ ԿԳՆ (2016), Ազգային կրթակարգի նախագիծ. www.cfep.am
2. ՀՀ ԿԳՆ (2004), Հանրակրթության պետական կրթակարգ. Երևան, Անտարես.
3. ՀՀ ԿԳՆ (2009), Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր, հանրակրթական ավագ դպրոցի չափորոշիչ և ծրագիր. Երևան, Տիգրան Մեծ,
4. ՀՀ ԿԳՆ (2007), Մաթեմատիկա􀀀հանրակրթական հիմնական դպրոցի առարկայական չափորոշիչ և ծրագիր. Երևան,
5. Հակոբյան Ս. Է. , Ոսկանյան Վ. Կ. (2013), Մաթեմատիկայի ուսուցիչների մասնագիտական զարգացման, վերապատրաստման դասընթացների ծրագիր և ուղեցույց. Երևան. Տիգրան Մեծ,
6. Միքայելյան Հ. Ս. (2003), Հանրահաշվի ուսուցման հիմնահարցեր. Երևան. Էդիթ Պրինտ,
7. Միքայելյան Օ. Ս, Միքայելյան Ս. Օ. (2010), Ընթացիկ գնահատման նոր համակարգը որպես կրթության որակի բարելավման խթան. Ուսուցչի ձեռնարկ, Երևան, ԿԱԻ,
8. Վարդանյան Շ. (2016), Խմբակային հետազոտություն <<Վարկեր>> թեմայով􀀀 Մաթեմատիկան դպրոցում, թիվ 3(106). Երևան,
9. ՖԿԱՌ մշակման և իրագործման հանձնաժողով. (2014). Հայաստանի Հանրապետության ֆինանսական կրթման ազգային ռազմավարություն. Երևան,
10. ՖԿԱՌ մշակման և իրագործման հանձնաժողով. (2014). Ֆինանսական կոմպետենցիաների մատրիցը մեծահասակների համար. Երևան.
11. ՖԿԱՌ մշակման և իրագործման հանձնաժողով. (2015). Ֆինանսական կոմպետենցիաների մատրից սովորողների համար. Երևան,
12. ՖԿԱՌ մշակման և իրագործման հանձնաժողով. (2015). Առարկաների բաշխումը ըստ տարիքային խմբերի. Երևան,

О проблеме интегрирования финансового образования в курсе математики

С.Э.Акопян

Резюме

В статье рассматриваются задача и осуществление финансового образования в процесса обучения математике. Освещаются методологические вопросы, касающиеся применения математики в обстоятельствах, связанных с управлением личных финансов. Приводится также ряд примеров, с помощью которых разъясняются концептуальные положения.

About the Issue of Integration of the Financial Education into the Math Course

S. E. HAKOBYAN

SUMMARY

This article is on the issue of implementing financial education in the Math teaching process. Methodological questions have been clarified that refer to application of Mathematics in such situations in which context is related to personal financial management. As well as, examples have been provided to highlight conceptual provisions.

Սարիբեկ Հակոբյան - փ.գ.թ. դոցենտ, Կրթության ազգային ինստիտուտի բաժնի վարիչ, «Մարդ և հասարակություն» ամսագրի գլխավոր խմբագիր

Էլ. հասցե՝ sarohakobyan@yahoo.com
Հեռախոս՝ 091 41 35 39

ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԵՎ ՀՈՒՄԱՆԻՏԱՐ ՀՈՍՔԵՐՈՒՄ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԽՆԴՐԻ ԳՈՐԾԱՌՈՒՅԹՆԵՐԻ ԳԵՂԱԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Նարե Ղազարյան

Բանալի բառեր – մաթեմատիկական խնդիրներ, խնդրի գործառույթներ, դեղեցիկի օգտակարություն, կիրառելիություն, պարզություն, անկանխատեսելիություն, հատկանիշներ

Մաթեմատիկայի ուսուցման միջոցով սովորողի՝ գեղեցիկի հետ հաղորդակցման գործում չեն կարող անմասը մնալ մաթեմատիկական խնդիրները: [3] և [4] աշխատանքներում Հ.Միքայելյանը, դիտարկելով խնդրի դերը գեղագիտական արժեքների ձևավորման գործում, անդրադարձել է նաև խնդրի գործառույթներին և այդ համատեքստում քննարկել ուսուցանող, զարգացնող, ճանաչողական, մոտիվային, դաստիարակող գործառույթների իրականացման ընթացքում գեղագիտականի դրսևորման հնարավորությունները: Այս աշխատանքում մենք տվյալ հարցը դիտարկում ենք ելնելով հումանիտար և ընդհանուր հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման առանձնահատկություններից:

Ընդհանրապես, խնդրի գործառույթների դերի կարևորությունը, կախված նպատակից, տարբեր է: Բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում դիտարկվող խնդիրների գործառույթները չեն կարող նույն կերպ կարևորվել ընդհանուր և հումանիտար հոսքերում: Այս հոսքերում առաջնայնությունը պետք է տրվի մաթեմատիկական խնդրի հատկապես մոտիվային և դաստիարակող գործառույթներին, որոնք նպաստում են սովորողի արժեհամակարգի ձևավորմանը, դաստիարակության տեսակների (բարոյական, գեղագիտական, մտավոր) իրականացմանը, ուսումնասիրվող նյութի նկատմամբ սովորողի հետաքրքրության խթանմանը, և այլն: Սա չի նշանակում, որ մյուս գործառույթների դերը այստեղ արժեզրկվում է: Պարզապես փոխվում են այդ գործառույթների բնույթը: Օրինակ, եթե բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում խնդրի ընդլայնող գործառույթը նպաստում է մաթեմատիկական գիտելիքի ծավալի մեծացմանը, ապա ընդհանուր և հումանիտար հոսքերում խնդրի այդ գործառույթը նպաստում է, որ աշակերտները առավել լայն պատկերացում կազմեն տարբեր բնագավառներում մաթեմատիկայի կիրառության, օգտակարության, անհրաժեշտության վերաբերյալ:

Մաթեմատիկական խնդրի գործառույթների դերը կարևորվել են Հ. Միքայելյանի միջին դպրոցի հանրահաշվի [2] և Ս. Հակոբյանի հումանիտար հոսքերի համար գրված երկրաչափության [1] դասագրքերում ընդգրկված խնդիրներում, իսկ ավագ դպրոցի ընդհանուր և հումանիտար հոսքերում գործող «Հանրահաշիվ և մաթեմատիկական անալիզի տարրեր» դասագրքերում առկա խնդիրները բավարար չափով միտված չեն մոտիվային և դաստիարակող գործառույթների իրականացմանը: Նմանատիպ իրավիճակ է տիրում նաև միջին դպրոցի ներկայումս գործող հանրահաշվի դասագրքերում:

Միևնույն խնդիրը կարող է իրականացնել մի քանի գործառույթ: Այն խնդիրները, որոնք իրականացնում են նաև մոտիվային և դաստիարակող գործառույթներ, նրանցում առավել լայն դրսևորում ունեն մաթեմատիկական գեղեցիկի օգտակարության, կիրառելիության, պարզության, անկանխատեսելիության, անսպասելիության հատկանիշները: (Այս հատկանիշերը մանրամասը ներկայացված են [3]-ում):

Խնդրի տարբեր գործառույթների իրականացման գործում առանձնահատուկ նշանակություն ունեն երկրաչափական խնդիրները, որոնք նաև աչքի են ընկնում արտաքին և ներքին գեղագիտությամբ: Արտաքին գեղագիտությունը վերաբերում է խնդրի տվյալներին համապատասխանող գծագրին, խնդրի լուծման արտաքին տեսքին, մաթեմատիկական լեզվի և պայմանանշանների ճիշտ կիրառմանը: Իսկ ներքին գեղագիտությունը վերաբերում է խնդրի և դրա լուծման մեջ մաթեմատիկական գեղեցիկի հատկանիշների դրսևորմանը: Դիտարկենք մի խնդիր ընդհանուր և հումանիտար հոսքերում ուսումնասիրվող երկրաչափության դասագրքից:

Խնդիր 1: Ի՞նչ մակերեսով մետաղաթիթեղ է անհրաժեշտ, որպեսզի պատրաստեն 2 մ երկարությամբ և 20 սմ տրամագծով խողովակ, եթե կարերի համար հարկավոր է ավելացնել նրա կողմնային մակերևույթի մակերեսի 2.5 % - ը *[1,3, էջ 10]:*

Խողովակի մաթեմատիկական մոդելը գլանն է, որը ըստ խնդրի պայմանների պետք է ունենա 2 մ բարձրություն (ծնորդ) և 0.2 մ տրամագիծ: Խնդրի պահանջի մաթեմատիկական ձևակերպումը այն է, որ պետք է գտնել գլանի կողմնային մակերևույթի մակերեսը և ավելացնել դրա 2,5% -ը: Այստեղ իրենց դրսևորումն են ունենում մաթեմատիկական գեղեցիկի կիրառելիության և պարզության հատկանիշները: Կիրառական նշանակությունը երևում է խնդրի բովանդակությունից, որը իր պարզ լուծման հետ միասին հնարավորություն է տալիս աշակերտին նմանատիպ իրավիճակները վերածելով մաթեմատիկական խնդրի, հեշտությամբ գտնել հարցի լուծումը: Այս վերջին իրողությունը նաև տվյալ խնդրի մոտիվային գործառույթի արտահայտություն է:

Ընդհանուր և հումանիտար հոսքերի համար գործածության մեջ գտնվող երկրաչափության դասագրքերում կան խմբային աշխատանքի համար նախատեսված առաջադրանքներ, որոնք նույնպես իրականացնում են խնդրի տարբեր գործառույթներ: Այս առաջադրանքները աչքի են ընկնում կիրառելիության, անկանխատեսելիության, ոչ ակնհայտ ճշմարտության բացահայտման և գեղագիտական այլ հատկանիշներով: Միաժամանակ ընդգծեմ, որ այս առաջադրանքների կատարման արդյունքում սովորողի մոտ ձևավորվում են համագործակցային, հաղորդակցական և այլ էական կարողություններ, որոնք նպաստում են բարոյական արժեքների ձևավորմանը և զարգացմանը: Դիտարկենք այդ առաջադրանքներից հետևյալը.

Առաջադրանք 1: Գնդաձև ձմերուկի շառավիղը 11 անգամ մեծ է կեղևի հաստությունից: Կա՞րող ենք պնդել, որ ձմերուկի ծավալը առնվազն 5 անգամ մեծ է կեղևի ծավալից: Հարցին նախ պատասխանեք կռահումով: Այնուհետև հաշվումներ կատարելու միջոցով պարզեք արդյոք ճի՞շտ եք կռահել *[1.3, էջ 36]*:

Աշակերտները այս առաջադրանքի կատարման ժամանակ շտապում են ընտրել «այո »պատասխանը: Սակայն անցում կատարելով մաթեմատիկական պարզ հաշվարկների, տեսնում ենք, որ կեղևի ծավալը մոտավորապես 4 անգամ է փոքր ձմերուկի ծավալից: Այստեղ առավել աչքի են ընկնում մաթեմատիկական գեղեցիկի ոչ ակնհայտ ճշմարտության բացահայտման, անսպասելիության, պարզության հատկանիշները: Իսկ օրինակ հետևյալ առաջադրանքներում առավել ընդգծված է կիրառելիության հատկանիշը:

Առաջադրանք 2: Պահանջվում է պարզել, թե աթոռի չորս ոտքերի ծայրերն արդյոք գտնվու՞մ են մի հարթության մեջ, թե՞ ոչ: Ինչպե՞ս դա կկատարեք՝օգտագործելով միայն բարակ թել [1.1,էջ27]:

Առաջադրանք 3: Հարթ տեղանքում կանգնեցված է բարակ սյուն: Ինչպե՞ս կորոշեք սյունն արդյոք ուղղահայա՞ց է տեղանքի մակերևույթին, եթե ունեք միայն երկար թել [1.1, էջ53]:

Մոտիվային և դաստիարակող գործառույթ իրականացնող խնդիրների շարքում պետք է առանձնացնել «Վիճակագրության, միացությունների տեսության և հավանականությունների տեսության տարրեր» թեմայի խնդիրները, որոնք աչքի են ընկնում օգտակարության, կիրառելիության, պարզության, անսպասելիության հատկանիշներով: Առհասարակ այս թեմաների և խնդիրների ուսումնասիրության ծավալը հատկապես հումանիտար հոսքերում, իմ կարծիքով, պետք է մեծացվի, քանզի առօրյա կյանքում դրանց կիրառական ներուժը բավականին մեծ է, իսկ ձևավորող կարողությունները անհրաժեշտ են աշակերտի, ապագա մասնագետի, մարդու համար: Որպես հավելում, նշեմ, որ սովորողի համագործակցային, հաղորդակցական, կյանքում անհրաժեշտ այլ կարողությունների ձևավորումը այստեղ վերագրվում է խնդրի զարգացնող գործառույթին:

Քննարկվող թեմայի շրջանակներում արժի առանձնացնել այնպիսի մաթեմատիկական խնդիրներ, որոնք պարունակում են ֆինանսական հիմնարար և անհրաժեշտ գիտելիքներ; Նմանատիպ խնդիրներում իրենց դրսևորումն են գտնում գեղեցիկի կիրառելիության, օգտակարության, պարզության, անսպասելիության, անկանխատեսելիության հատկանիշները: Ներկայացնեմ, թե ինչպես են այս հատկանիշները դրսևորվում հետևյալ խնդրում [2]:

Խնդիր 2: Հագուստի խանութներից մեկում հագուստի գինը $p\%$ -ով նախ բարձրացրին, այնուհետև նույն տոկոսով իջեցրին: Մյուս հագուստի խանութում միևնույն հագուստի գինը, որը նույնքան էր որքան առաջին խանութում, նախ $p\%$ -ով իջեցրին, այնուհետև նույն տոկոսով բարձրացրին: Ո՞ր խանութից կգնեք հագուստը:

Այս հարցի շուրջ իմ աշակերտները հայտնեցին տարբեր կարծիքներ և փորձեցին հիմնավորել իրենց ընտրությունը: Հարցի լուծումը գտնելու համար խնդիրը նախ ձևակերպեցի կոնկրետ օրինակի վրա և լուծեցինք այն:

Հագուստի գինը երկու խանութներում էլ 10000 դրամ է	
Առաջին խանութում հագուստի գինը՝ 10%-ով բարձրացնելուց, ապա 10%-ով իջեցնելուց հետո	*Երկրորդ խանութում հագուստի գինը՝ 10%-ով իջեցնելուց, ապա 10%-ով բարձրացնելուց հետո*
$10000\left(1+\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{10}{100}\right)=$ $=10000\left(1-\frac{1}{100}\right)=9900$	$10000\left(1-\frac{10}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)=$ $=10000\left(1-\frac{1}{100}\right)=9900$

Արդյունքում տեսնում ենք, որ երկու դեպքում էլ նույն գինն է ստացվում, ավելին, ապրանքի գինը երկու դեպքում էլ իջնում է: Այսինքն, երկու խանութներն էլ գնորդին ձեռնտու քայլ են կատարել: Սա խոսում է անսպասելիության հատկանիշի արտահայտման մասին: Նայելով աղյուսակին՝ տեսնում ենք, որ երկու խանութներում էլ միևնույն գինը ստանալու գաղտնիքը բազմապատկման տեղափոխական օրենքի մեջ է, իսկ գնի իջնելու գաղտնիքը՝ $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ կրճատ բազմապատկման բանաձևի: Ընդհանուր դեպքում, ապրանքի գինը նույն p%-ով բարձրացնելուց (իջեցնելուց), այնուհետև նույն տոկոսով իջեցնելուց (բարձրացնելուց) հետո գինը նախնականի նկատմամբ իջնում է $p^2/_{100}$ տոկոսով: Ինչ վերաբերում է պարզության հատկանիշին, նշեմ, որ խնդրի լուծման համար աշակերտից պահանջվում է ընդամենը թվի տոկոսը հաշվելու կարողություն: Իսկ խնդրի ձևակերպումը և լուծման արդյունքում ստացած գիտելիքը խոսում է կիրառելիության և օգտակարության հատկանիշների մասին:

Այսպիսով, դիտարկված խնդիրներում բացի մոտիվային և դաստիարակող գործառույթներից, իրենց լայն դրսևորումն ունեն նաև ընդլայնող և զարգացնող գործառույթները: Քանի որ այդ խնդիրները հնարավորություն են տալիս մեծացնել աշակերտի գիտելիքների ծավալը մաթեմատիկայի կիրառական բնագավառների վերաբերյալ (ընդլայնող գործառույթ), աշակերտների մոտ ձևավորում են կյանքում կողմնորոշման համար անհրաժեշտ կարողություններ (զարգացնող գործառույթ):

Սահմանափակվելով վերոնշյալ օրինակներով, ներկայացնեմ իմ մոտեցումը ոչ բնագիտամաթեմատիկական հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման վերաբերյալ: Գտնում եմ, որ ընդհանուր և հատկապես հումանիտար հոսքերում ուսումնասիրվող թեմաները, խնդիրները և դրանց ուսուցումը պետք է հենված լինեն «*Մաթեմատիկան բոլորի համար*» սկզբունքի վրա, քանի որ այս հոսքերում մաթեմատիկայի ուսուցման գիտելիքահեն մոտեցման արդյունքում մաթեմատիկական թույլ կարողություններ դրսևորող աշակերտները ցուցաբերում են բացասական վերաբերմունք, անտարբերություն առարկայի և սովորելու նկատմամբ:

Գրականություն

1. Հակոբյան Ս. Է., Երկրաչափություն 10, 11, 12, Հանրակրթական ավագ դպրոցի ընդհանուր և հումանիտար հոսքերի դասագրքեր, Տիգրան Մեծ, Երևան, 2009, 120 էջ, 2010, 136 էջ, 2011, 128 էջ:
2. Միքայելյան Հ. Ս., Հանրահաշիվ 7, 8, 9, Հանրակրթական դպրոցի դասագրքեր, Երևան, Էդիթ Պրինտ, 2006, 2007, 2008, 304 էջ յուրաքանչյուրը:
3. Միքայելյան Հ. Ս., Գեղեցիկը, մաթեմատիկան և կրթությունը. մաս 2. Գեղեցիկը և մաթեմատիկայի կրթական ներուժը, Էդիթ Պրինտ, Երևան, 2015, 440 էջ:
4. Միքայելյան Հ. Ս., Գեղեցիկի ձևավորումը խնդիրների ուսուցման գործընթացում, Մաթեմատիկան դպրոցում, 1 (104), 2016թ., էջ 3-20:
5. Пойа Д., Как решать задачу? – М., Учпедгиз, 1969г., 208с.

Об эстетике функций математических задач в гуманитарных и базовых профильных классах

Нарe Казарян

Резюме

В статье рассматриваются различные функции математических задач: обучающие, развивающие, воспитывающие, мотивирующие. С помощью конкретных задач разъясняются особенности эстетических характеристик, проявляющихся в задачах - как например: полезность, применяемость, ясность, неожиданность, непредсказуемость. Обосновывается роль мотивирующих, воспитывающих и развивающих функций математических задач в гуманитарных и базовых профильных классах.

On the Aesthetical Issues of the Mathematical Functions in the Mainstream and Humanitarian Streams

Nare Khaazaryan

Summary

The paper regards the different functions of the mathematical problems – for learning, developing, up-bringing, cognitive and motivating. With the help of the concrete examples the peculiarities, such as usefulness, applicability, simplicity, unexpectedness of the aesthetic characteristics are being clarified. It is shown that the role of motivating, up-bringing and developing functions must be emphasized in the mainstream and humanitarian streams.

Նարե Ղազարյան - ՀՊՄՀ հայցորդ, Քաջարանի թիվ 2 միջնակարգ դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցչուհի

Հեռախոս՝ 077 72 84 06
Էլ. հասցե՝ knare1990@mail.ru

ՈՉ ՍՏԱՆԴԱՐՏ ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԻՆՏԵԳՐՎԱԾ ԴԱՍԸՆԹԱՑՈՒՄ

Լյուդմիլա Գալստյան

Բանալի բառեր – ուսուցում, ոչ ստանդարտ խնդիր, օրինաչափություն, զարգացում, հետաքրքրություն, հնարամտություն

Մաթեմատիկայի կրթական կարևորագույն նպատակներից մեկը սովորողների տրամաբանական մտածողության զարգացումն է: Դրան նվիրված մեթոդական գրականության մեջ նկարագրվում են ուշագրավ մոտեցումներ, որոնք հիմնականում կրում են առավելապես ընդհանուր հարցադրումների և տեսական մշակումների բնույթ, և այդ պատճառով էլ ստվերում է մնում ուսուցման գործընթացում այդ մշակումների կիրառության հարցը: Եթե հանրահաշվի դասընթացում, հատկապես Հ.Ս.Միքայելյանի դասագրքերում հստակ ուղղվածություն ունի տրամաբանական մտածողությունը զարգացնող բովանդակային գիծը, ապա 1-6-րդ դասարանների մաթեմատիկայի դասընթացում զգալիորեն բաց է մնում բովանդակային այդ գծի հիմքերի ստեղծումն ու նախադրյալների ապահովումը: Ճիշտ է, դասագրքերում դեպքից դեպք հանդիպում են կատակ-խնդիրներ, ռեբուսներ կամ հետաքրքրաշարժ խմդիրներ, սակայն դրանք հատուկ նպատակաուղղվածություն չունեն և մեծ մասամբ ընդամենը ժամանցային նշանակության են ծառայում: Մինչդեռ, ինչպես ցույց է տալիս մեր փորձը, հարկավոր է մշակել զարգացնող այնպիսի խնդիրների համակարգ, որոնցում բացահայտ կամ անբացահայտ ձևով դրսևորվում են տրամաբանական տարբեր գործողություններ, ինչպես օրինակ՝ դասակարգում, համակարգում, վերլուծություն, անալոգիա, հիմնավորում, փաստարկում և այլն: Այդպիսի խնդիրները նպաստում են սովորողների ինչպես մաթեմատիկական-տրամաբանական, այնպես էլ լեզվական-հաղորդակցական կարողությունների զարգացմանը:

Հայտնի է, որ խնդիրների լուծումը մաթեմատիկայի ուսուցման հատուկ ուղղություն է, և այն դիտվում է որպես ուսուցման արդյունավետ միջոց: Սակայն սոսկ թվային տվյալներով և ընդամենը հաշվարկներ պահանջող խնդիրները, որոնք ավելի հաճախ են գործածվում ուսուցման ամենօրյա գործընթացում, տրամաբանական մտածողության զարգացման լուրջ հնարավորություններ չեն ապահովում: Աշակերտներն այդպիսի խնդիրները, սովորաբար, ընկալում և փորձում են լուծել տրված թվերի հետ թվաբանական զանազան գործողություններ անելով, այլ ոչ թե տրամաբանական հաջորդական դատողություններ կատարելով: Եվ դա է հիմնական պատճառը, որ նրանք դեռևս կրտսեր դպրոցից «վարժվում են» առանց անհրաժեշտ վերլուծությունների, հապճեպ լուծումներ որոնել թվային տվյալներ պարունակող տեքստային խնդիրների համար, ինչն էլ հաճախ դառնում է լուծման սխալ թույլ տալու պատճառ:

Մաթեմատիկայի դասավանդման գործընթացում վարժանքային ուսուցման արատներից խուսափելու նպատակով առանձնակի տեղ պետք է հատկացնել ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծմանը՝ այն դիտելով զարգացնող ուսուցման համատեքստում: Այդպիսի խնդիրներից յուրաքանչյուրը պահանջում է ինքնատիպ մոտեցում, տեքստում ներկայացվող իրադրության վերլուծություն, ուշադրություն, զննողականություն, տվյալների միջև կապերի բացահայտում, հետևողականություն և որոնողական աշխատանք: Մյուս կողմից՝ ոչ ստանդարտ խնդիրները, ունենալով առանձնահատուկ բնույթի շարադրանք, մոտիվացիա են առաջացնում սովորողների մոտ, խթանում են նրանց հետաքրքրումթյունը, և այդպիսով հնարավորություն են ստեղծում, որ ուսուցման գործընթացում ակտիվ մասնակցություն և ներգրավվածություն ունենան գրեթե բոլոր աշակերտները:

Ոչ ստանդարտ խնդիրների դիտարկում պետք է կատարել բոլոր տարիքային խմբերում, ուստի այդպիսի խնդիրների լուծումը պետք է սկսել դեռևս կրտսեր դպրոցում:

Կրտսեր դպրոցականների ոչ ստանդարտ խնդիրների ուսուցումը կարելի է բաժանել երկու փուլի: 1-ին փուլում անցկացվում է հատուկ աշխատանք եզրակացության և ընդհանուր մոտեցումների մասին գաղափար կազմելու ուղղությամբ: Դրանում կարևոր է, որ աշակերտները յուրացնեն մաթեմատիկական խնդիրը (կարդան խնդիրը, համակարգեն՝ ինչն է հայտնի, ինչը պետք է իմանալ և այլն), ծանոթանան աշխատանքի հնարներին, խնդրի լուծման մոտեցումների տեսակներին, լուծման որոնմանը, լուծման ստուգմանը և այլն: 2-րդ փուլում սովորողները կոնկրետ վարժությունների ինքնուրույն լուծելու ընթացքում օգտագործում են նախապես ձևավորված ընդհանուր հնարները, իրենց փորձառության հիման վրա որոնում են նոր և ինքնատիպ մոտեցումներ:

Օրինակ՝ փորձեք լուծել բանավոր և հնարավորինս արագ.

- Վառվում է 10 մոմ: Դրանցից երեքը հանգցրին: Քանի՞սը մնաց:
- Վանդակում կա երեք ճագար: Ինչպե՞ս ճագարները բաժանել երեք ընկերների միջև այնպես, որ նրանցից յուրաքանչյուրն ստանա մեկ ճագար, և մեկ ճագար էլ մնա վանդակում:
- Իմ ձախ կողմի գրպանում այնքան դրամ կար, որքան՝ աջ գրպանում: Ես ձախ գրպանից 100 դրամանոց մետաղադրամը տեղափոխեցի աջ գրպանս: Դրանից հետո աջ գրպանում քանի՞ դրամ ավելի եղավ, քան ձախ գրպանում:
- Ի՞նչ նշան պետք է դնել 7-ի և 8-ի միջև, որպեսզի արդյունքում ստացված թիվը մեծ լինի 7-ից և փոքր լինի 8-ից:
- Արմենը 5 տարեկան է, իսկ հայրիկը նրանից մեծ է 23 տարով: 5 տարի հետո Արմենից քանի՞ տարով մեծ կլինի նրա հայրիկը:
- Տղան ունի այնքան քույրեր, որքան եղբայրներ, իսկ նրա քրոջ քույրերը երկու անգամ քիչ են եղբայրներից: Քանի՞ եղբայր և քանի՞ քույր են այդ ընտանիքում:

Որոշ խնդիրների դեպքում առավել նպատակահարմար է տվյալները պատկերել նկարի կամ գծագրի ձևով: Սակայն տվյալ դեպքում պետք է առանձնացվեն գրաֆիկական պատկերման որոշակի առանձնահատկություններ: Առաջին հերթին՝ պատասխանը, իսկ որոշ դեպքերում անհայտների որոշ մասը կարող են դուրս բերվել գրաֆիկից՝ առանց մաթեմատիկական գործողություններ կատարելու: Երկրորդ, որոշ դեպքերում հնարավոր է կատարել լրացուցիչ կառուցումներ, այսինքն՝ լուծման գործընթացում կարող են կատարվել նոր գծագրեր՝ հաշվի առնելով ստացված տվյալները: Գծագիրը կարող է օգտագործվել ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծման ժամանակ: ՈՒսուցիչը աշակերտների առջև դնում է հետևյալ պայմանը՝ սովորել լուծել մաթեմատիկական խնդիրներ՝ գրաֆիկական պատկերների օգնությամբ:

Խնդիր 1: Սանդուղքը բաղկացած է 9 աստիճաններից: Ո՞ր աստիճանին կանգնել, որպեսզի լինի կենտրոնականը:

Խնդիր 2: Անին և Աշոտը հանդիպեցին էլեկտրագնացքի վագոնում: Անին միշտ նստում է հաշված գնացքի սկզբից 5-րդ վագոնում, իսկ Աշոտը՝ 5-րդ վագոնում՝ վերջից հաշված: Քանի՞ վագոն ունի գնացքը:

Խնդիր 3: Տանձը թանկ է խնձորից 2 անգամ: Ո՞րն է թանկ՝ 4կգ խնձորը, թե՞ 2կգ տանձը: Կառուցել մոդելը (գրաֆիկը):

Խնձորի գինը /----/
Տանձի գինը /----/----/
4կգ խնձորի գինը /----/----/----/----/
2կգ տանձի գինը /----/----/----/----/
Պատ.՝ 4կգ խնձորի և 2կգ տանձի արժեքները նույնն են:

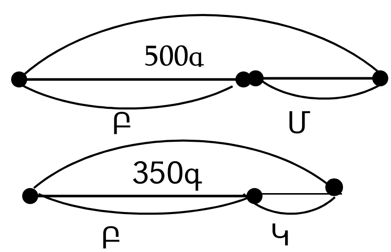
Խնդիր 4: Բանկան մեղրի հետ կշռում է 500գ: Նույն բանկան կերոսինի հետ կշռում է 350գ: Կերոսինը մեղրից թեթև է 2 անգամ: Որքա՞ն է կշռում դատարկ բանկան:

Գծում ենք գծագիր: Ուշադրություն ենք դարձնում դատարկ բանկայի կշռին և թե ինչպես են կապված մեղրի կշիռն ու կերոսինի կշիռը նույն բանկայի մեջ:

Բ + Մ

Բ + Կ

Մ=2 Կ

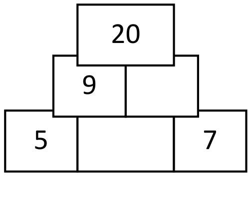


Ընդհանրապես, ոչ ստանդարտ խնդիրները կարելի է դասակարգել ըստ մտածողության, ուշադրության, հիշողության և տրամաբանության զարգացման:

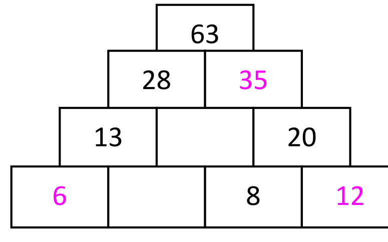
Ուշադրությունը և հաշվողական հմտությունը զարգացնող խնդիրներ

- Կռահի՛ր օրինաչափությունը և լրացրու՛ դատարկ վանդակները.

ա)

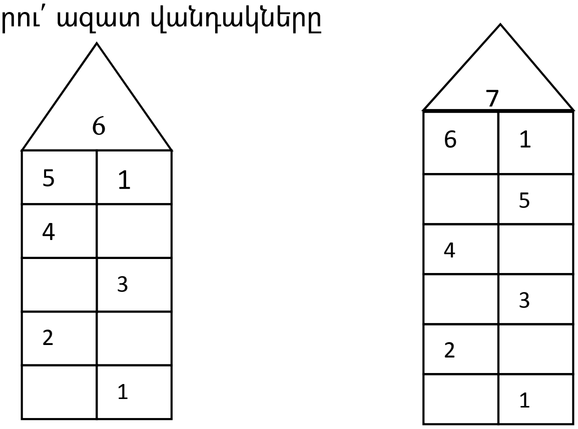


բ)



Պետք է մեկնաբանել. ո՞ր թիվը պետք է գումարել 5-ին, որ ստացվի 9-ը (5+4=9), ուրեմն 5-ի հարևան դատարկ վանդակում գրել 4: Այնուհետև

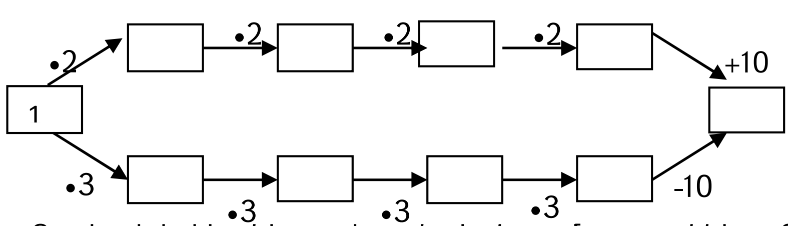
գումարել՝ 4+7=11, և 9-ի հարևան դատարկ վանդակում գրել 11, (9+11=20):
գ) Լրացրու՛ ազատ վանդակները



Երեխաները ուշադիր դիտելուց հետո կռահում են, որ բոլոր շարքերի թվերի գումարը տնակի տանիքի գումարն է: Այս առաջադրանքները երեխաների մեջ զարգացնում և ամրապնդում են թվի կազմությունը:
դ) Արտագրի՛ր և, ըստ օրինաչափության ավելացրու ևս մեկական թիվ՝ սկզբում և վերջում:

1)...., 7630, 7623, 7616, ...
2) ..., 7624, 7632, 7640, ...

Աշակերտների հիշողությունը մարզելու համար ավելի օգտակար են հետևյալ առաջադրանքները, որոնց հետ աշակերտները սիրով և հետաքրքրությամբ են աշխատում.



Որպեսզի երեխաները թվաբանական գործողությունները ճիշտ հասկանան և կիրառեն, դասագրքերում կան հետևյալ բնույթի վարժություններ.

8 □ □ = 10   16 □ □ = 6

- Դիտի՛ր, ծածկի՛ր և գծի՛ր աղյուսակը՝ պահպանելով թվերի դիրքերը.

7		5	
	5		6
	6	7	

- Պահանջվում է գտնել այն թիվը, որը ինքն իրենով բազմապատկելով, 2 գումարելով, ապա կրկնապատկվելով, դրանից հետո 3 գումարելով, բաժանելով 5-ի, վերջապես, 10-ով բազմապատկելով՝ ստանում ենք 50:
- Ելնելով առաջին քառակուսու թվերի միջև գոյություն ունեցող օրինաչափությունից՝ գտե՛ք երկրորդ քառակուսու մեջ թողնված թիվը.

17	33
61	121

7	33
9	

Ոչ ստանդարտ խնդիրների լուծման ժամանակ կարելի է կիրառել այնպիսի մեթոդ, որին պայմանականորեն անվանում են «ենթադրությունների մեթոդ»:

Խնդիր: Արջը և աղվեսը ձուկ էին որսում: Նրանք միասին որսացին 13 ձուկ: Արջը որսաց ավելի շատ, քան աղվեսը: Որքա՞ն որսաց արջը, եթե նրանց տարբերությունը 3-ից քիչ չէ և 7-ից շատ չէ:

Լուծելու համար ներկայացրեք աղյուսակ.

Բռնած ձկները		Արջը որքան շատ ձուկ բռնեց աղվեսից
Աղվես	Արջ	
1	12	11
2	11	9
3	10	7
4	9	5
5	8	3
6	7	1

Քանի որ տարբերությունը պետք է լինի 3-ին ոչ փոքր և 7-ից ոչ շատ, թվերի միջև, ուստի համապատասխանում է 3, 5, 7 թվերը, հետևաբար՝ արջը բռնել է կա՛մ 10 ձուկ, կա՛մ 9 ձուկ, կա՛մ 8 ձուկ:

Այս խնդիրը յուրահատուկ է նաև պահանջի և պատասխանի առումով:

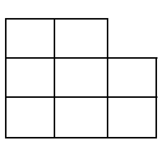
Ուշադրությունը զարգացնող խնդիրներ

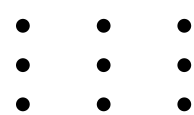
- Մի տարի հունվարի երեք կիրակի զույգ ամսաթվով օրեր էին: Շաբաթվա ինչ օր էր հունվարի 27-ը:
  (Պատ՝ Հունվարը զույգ ամսաթվով 3 կիրակիների միայն մեկ հնարավորություն կա՝ 2, 9, 16, 23, 30 => հունվարի 27-ը՝ հինգշաբթի էր:)
- Ինչպե՞ս կարող են 3 մարդ 3 ժամում անցնել 60 կմ մի մեքենայով, եթե մեքենայում տեղավորրվում են միայն երկու մարդ, նրա արագությունը 50 կմ/ժ է, իսկ հետիոտների արագությունը 5 կմ/ժ:
- Գիտնականին աշխատության էջերը համարակալելու համար անհրաժեշտ եղավ 3389 թվանշան: Քանի՞ էջ կար այդ աշխատության մեջ:

Պատկերային մտածողությունը զարգացնող խնդիրներ

Այս տիպի խնդիրները լուծելու համար սկզբնական շրջանում կարելի է օգտագործել ձողիկներ և լուցկու հատիկներ, իսկ այնուհետև պատկերը գծել տետրում կամ գրատախտակին և կատարել ձևափոխություններ նկարի վրա: Սա կնպաստի առարկայական մտածողությունից անցում կատարել վերացական մտածողության: Եթե կան մի քանի լուծումներ, ապա պետք է ընդունել բոլոր ճիշտ լուծումները:

- Լուցկու հատիկներով պատկերված այս նկարում տեղափոխել 2 հատիկ այնպես, որ ստացվի 7 իրար հավասար քառակուսիներ:





- Տրված 9 կետով տանել 4 ուղիղ առանց մատիտը թղթից կտրելու:
- Գծի՛ր հնգաթև աստղ մեկ հպումով՝ առանց մատիտը թղթից կտրելու՝ յուրաքանչյուր գիծ գծելով միայն մեկ անգամ:

Ուշադրությունը և հնարամտությունը զարգացնող խնդիրներ

- Բակում կան ճագարներ և աղավնիներ, որոնք ունեն ընդամենը 3 գլուխ և 10 ոտք: Բակում քանի՞ ճագար և քանի՞ աղավնի կա:
- Տատիկն ունի երկու դույլ: Դրանցից մեկի տարողությունը 8լ է, մյուսինը՝ 3լ: Ինչպես կարող է տատիկը ծորակից օգտվելով՝ ստանալ 5լ ջուր:

- Երեք ընկեր նախաճաշելու համար գնացին ճաշարան: Նրանք 1000-ական դրամով հավաքած 3000 դրամը տվեցին մատուցողին և պատվիրեցին իրենց նախընտրած ուտեստը: Պատվիրածը մատուցելիս մատուցողը վերադարձրեց ավելացած 500 դրամը: Նրանք այդ 500 դրամից 200 դրամով գնեցին մեկ շիշ ջուր և 100-ական դրամ էլ դրեցին իրենց գրպանը: Այդպիսով, ըստ էության, նրանցից յուրաքանչյուրը ծախսեց 1000-100=900 դրամ, ուստի և միասին ծախսեցին՝ 3x900=2700 դրամ ճաշի և 200 դրամ ջրի համար, ընդամենը՝ 2700+200=2900 դրամ: Իսկ ու՞ր «կորավ» 100 դրամը.
- Գերանը կտրող մեքենան 10 մետրանոց գերանից 1 մետր երկարությամբ կտորն առանձնացնում է 12 վայրկյանում: Այդ գերանից 5 մետր երկարությամբ կտորն առանձնացնելու համար որքա՞ն ժամանակ կպահանջվի:

Տրամաբանությունը զարգացնող խնդիրներ

- Պարկում կա 3 կարմիր և 3 սև գնդակ: Առնվազը քանի՞ գնդակ պետք է հանենք պարկից, որպեսզի ունենանք տարբեր գույնի գնդակներ:
- Տատիկն իր բոլոր թոռնիկների համար գուլպաներ գործեց: Յուրաքանչյուր գուլպայի վրա նա գրեց մեկ տառ: Քանի՞ թոռնիկ ունի տատիկը, եթե նա գրեց ընդամենը 16 տառ:
- Լճում աճում են թրաշուշաններ: Հայտնի է, որ մեկ օր անցնելուց հետո շուշանների թիվը կրկնապատկվում է, և արդեն 40-րդ օրվա վերջում լճակն ամբողջովին ծածկված էր շուշաններով: Ասեք, թե ո՞ր օրվա վերջում էր, որ լճակի ուղիղ կեսն էր ծածկված շուշաններով:
- Ես խմեցի բաժակով լիքը լցված սուրճի կեսը և այն լրացրի կաթով: Հետո խմեցի ստացված խառնորդի $\frac{1}{3}$ մասը և փոխարենը կաթ լցրեցի: Այնուհետև ես խմեցի բաժակի պարունակության $\frac{1}{6}$ մասը և փոխարենը լցրեցի կաթ: Վերջապես, ես խմեցի ամբողջ բաժակը: Ի՞նչը ես շատ խմեցի ՝ սու՞րճ, թե՞ կաթ:
- ՈՒնենք մետաղադրամներով 100 կույտ, յուրաքանչյուրում 100 մետաղադրամ: Կույտերից մեկում եղած մետաղադրամները կեղծ են, որոնք մեկ գրամով թեթև են իսկական մետաղադրամներից: Իսկական մետաղադրամը կշռում է 10 գրամ: Էլեկտրոնային մեծ կշեռքի մեկ կշռումով ինչպե՞ս հայտնաբերել կեղծ մետաղադրամով կույտը:

- Դատի ժամանակ, որպես իրեղեն ապացույց, ներկայացված են 14 մետաղադրամ: Դատարանին հայտնի է, որ կեղծ մետաղադրամներն ունեն միևնույն քաշը, իսկականները՝ միևնույն, և որ կեղծ մետաղադրամներն ավելի թեթև են իսկականներից: Փորձագետը նժարավոր կշեռքի երեք կշռումով (առանց կշռաքարերի) հայտնաբերեց, որ 1-ից 7-րդ մետաղադրամները կեղծ են, իսկ 8-ից 14-րդը՝ իսկական: Ինչպե՞ս նրան հաջողվեց:

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այսպիսով, ուսուցչի կարևորագույն խնդիրնորից մեկն է ձևավորել և զարգացնել սովորողի մտածողության բաղադրիչները: Մտածողության զարգացման համար արդյունավետ գործիքներ են հետաքրքրաշարժ առաջադրանքները, հատկապես ոչ ստանդարտ խնդիրները: Անհրաժեշտ է նշել, որ միջին դպրոցում ներկայում գործող դասագրքերի և ձեռնարկների մեծամասնությունը չեն պարունակում այնպիսի խնդիրներ, որոնք կնպաստեն սովորողի ստեղծագործական մտքի զարգացմանը և կձևավորեն նրանց մոտ համապատասխան ինտելեկտուալ կարողություններ:

Գրականություն

1. Իսկանդարյան Ս., Մկրտչյան Ս., Աբրահամյան Ա., «Մաթեմատիկա 2», դասագիրք հանրակրթական հիմնական դպրոցի 2-րդ դասարանի համար, Երևան-2013թ.
2. Իսկանդարյան Ս., Մկրտչյան Ս., Աբրահամյան Ա., «Մաթեմատիկա 3», դասագիրք հանրակրթական հիմնական դպրոցի 3-րդ դասարանի համար, Երևան-2011թ.
3. Իսկանդարյան Ս., Մկրտչյան Ս., Աբրահամյան Ա., «Մաթեմատիկա 4», դասագիրք հանրակրթական դպրոցի 4-րդ դասարանի համար, Երևան-2015թ.
4. Նահապետյան Կ., Աբրահամյան Ս., «Մաթեմատիկա 5», դասագիրք հանրակրթական դպրոցի 5-րդ դասարանի համար, Երևան -2000թ.
5. Միքայելյան Հ.Ս, «Հանրահաշիվ 7» դասագիրք հանրակրթական դպրոցի 7-րդ դասարանի համար, Երևան -2006թ.
6. Միքայելյան Հ.Ս, «Հանրահաշիվ 8>>, դասագիրք, հանրակրթական դպրոցի 8-րդ դասարանի համար, Երևան -2007թ.
7. Միքայելյան Հ.Ս, <<Հանրահաշիվ 9», դասագիրք, հանրակրթական դպրոցի 9-րդ դասարանի համար, Երևան -2008թ.

8. Առաքելյան Կ., Առաքելյան Դ. Մաթեմատիկա: Հետաքրքրաշարժ և տրամաբանական խնդիրներ միջին և ավագ դպրոցի սովորողների համար, Երևան, ՄՀՄ գրատուն, 2011թ.
9. Թադևոսյան Գ. Հ.,Ավանեսյան Լ., Օրդյան Թ., Տարրական դասարան-ներում տրամաբանության տարրերի ուսուցման խնդիրների մեթոդի մասին/ Մանկավարժական կրթություն (հայացք դեպի ապագա) միջազ-գային գիտաժողովի նյութեր, Երևան -2007թ.:

Нестандартные задачи на интегрированных уроках математики

Людмила Галустян

Резюме

Статья посвящена одной из важнейших задач обучения- формированию и развитию компонентов мышления учащегося. Выдвигается тезис о том, что эффективным инструментом развития мышления являются занимательные задания, особенно задачи нестандартного типа. Особенность не стандартных задач состоит в том, что они не требуют особой тематической подготовленности и способствуют не только полному восприятию программного материала, но и активному участию в процесе урока.

Non-Standard Problems in the Integrated Lessons of Mathematics

Lyudmila Galstyan

Summary

The paper is devoted to the one of the most important problem – formulation and development of students' thinking components. A theses, such as one of the effective means to develop thinking are entertaining problems – especially non-standard types of problems, is put forward. The peculiarity of this types of problems is, that they do not demand thematic knowledge and contribute not only to the acquisition of the foreseen program material but also active participation in the learning process.

Լյուդմիլա Գալստյան - Արտաշատի ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցչուհի
Էլ. հասցե՝ lgalustyan777@mail.ru
Հեռախոս՝ 099 09 85 04

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ ԵՎ ՏՐԱՄԱԲԱՆԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ ՈՐՊԵՍ ՍՈՎՈՐՈՂՆԵՐԻ ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԵՎ ԿԱՐՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՄԻՋՈՑ

Օսաննա Թարվերդյան
Կորյուն Առաքելյան

Բանալի բառեր – հետաքրքրաշարժ խնդիր, մաթեմատիկական կրթություն, Դիրիխլեի սկզբունք, քննադատական մտածողություն

Մաթեմատիկական կրթությունը մեծ դեր ունի մարդու հոգևոր ոլորտի, բարոյական ու մտավոր արժեքների ձևավորման գործում: Այն սովորողների կողմից մաթեմատիկական գիտելիքների համակարգի յուրացման, ճանաչողական հմտությունների և կարողությունների ձեռքբերման գործընթացն ու արդյունքն է, որի հիման վրա տեղի է ունենում անձի աշխարհայացքի, ստեղծագործական ուժերի և ունակությունների զարգացում:

Մաթեմատիկական կրթության հիմնական նպատակը սովորողների մոտ իրական աշխարհի երևույթները մաթեմատիկական տեսանկյունից դիտարկելու և մաթեմատիկայի կիրառական, գործնական ուղղվածությունը տեսնելու կարողության դաստիարակելն է: Մաթեմատիկայի ուսուցումը աշակերտների մոտ զարգացնում է մաթեմատիկական ունակություններ, ձևավորում մաթեմատիկական պնդումների գեղեցկությունը հասկանալու ճաշակ, դաստիարակում նպատակասլացություն, կարգապահություն, հաստատակամություն, քննադատական մտածողություն և այլն:

Մաթեմատիկական կրթությունը և մաթեմատիկական մտածելակերպն անհրաժեշտ են ոչ միայն նրանց, ովքեր հետագայում կզբաղվեն մաթեմատիկայով կամ գիտական որևէ հետազոտությամբ, այլ նաև բոլոր նրանց, ովքեր կաշխատեն երկրի տնտեսության տարբեր բնագավառներում:

Դպրոցականների մտավոր կարողություններն ու նախասիրությունները, ինչպես նաև մաթեմատիկական մտածողության տարրերը հիմնականում ձևավորվում են միջին դպրոցում /5-9-րդ դասարաններում/: Այդ շրջանում սովորողներից շատերը, որոնք իրենց առաջադիմությամբ մինչ այդ առանձնապես չեն փայլել, նպաստավոր պայմանների առկայության դեպքում կարող են մտավոր կարողությունների անսպասելի դրսևորումներ ցուցաբերել: Նրանք կարողանում են ինքնուրույն դատողություններ անել, նկատել որոշակի օրինաչափություններ, որոնել խնդիրների լուծման նոր, ոչ ստանդարտ եղանակներ:

Կրթության գործընթացում մաթեմատիկական խնդիրներն ունեն ուսուցողական, գործնական և դաստիարակչական նշանակություն: Նրանք զարգացնում են սովորողների ալգորիթմական, տրամաբանական մտածողությունը, մշակում մաթեմատիկան կիրառելու գործնական հմտություններ, ձևավորում աշխարհայացք: Խնդիրների լուծումը նրանց մղում է ստեղծագործական աշխատանքի:

Մաթեմատիկայի դպրոցական դասագրքերում զետեղված խնդիրները, որպես կանոն, նպատակաուղղված են տվյալ թեմայի տեսական նյութի յուրացմանը: Սահմանափակվելով միայն դասագրքում ընդգրկված խնդիրներով՝ սովորողների մոտ կարող են ձևավորվել միայն սերտողական բնույթի գիտելիքներ: Միօրինակ կամ միայն ալգորիթմական խնդիրները չեն կարող ապահովել սովորողների մտավոր զարգացմանը ներկայացվող պահանջներին:

Մաթեմատիկայից հետ մնալու պատճառներից մեկն այն է, որ շատ աշակերտներ հետաքրքրություն չեն ցուցաբերում այդ առարկայի նկատմամբ: Նրանցից շատերի կարծիքով մաթեմատիկան ձանձրալի և չոր առարկա է:

Առարկայի նկատմամբ հետաքրքրությունը, ամենից առաջ, կախված է դասապրոցեսում ուսումնական աշխատանքի կազմակերպման որակից: Դրա հետ մեկտեղ խելամիտ կազմակերպված արտադասարանական պարապմունքների միջոցով կարելի է զգալիորեն բարձրացնել սովորողների հետաքրքրությունը մաթեմատիկայի նկատմամբ:

Հանրահայտ է, որ մաթեմատիկայի նկատմամբ անտարբեր աշակերտների հետ մեկտեղ կան և այնպիսիները, որոնք հրապուրվում են այդ առարկայով: Նրանք չեն բավարարվում մաթեմատիկայի դասերին ստացած գիտելիքներով, հետևաբար և ցանկություն է առաջանում ավելի շատ տեղեկություն ստանալ իրենց սիրած առարկայի մասին. Իմանալ, թե ինչպես է այն կիրառվում կյանքում, լուծել հետաքրքիր և ավելի բարդ խնդիրներ: Միայն դասերից դուրս կազմակերպված տարատեսակ պարապմունքները կարող են նման հնարավորություն ընձեռել:

Արտադասարանական պարապմունքները կարող են նպաստել ծրագրային նյութը խորությամբ յուրացնելուն, տրամաբանական մտածողության զարգացմանը, տարածական պատկերացմանը, հետազոտական ունակությունների ձևավորմանը, ինչպես նաև՝ մաթեմատիկական խոսքի զարգացմանը:

Այդպիսի աշխատանքները հաջողությամբ անցկացնելու համար ուսուցչին հարկ կլինի մշտապես ընդլայնել իր մաթեմատիկական գիտելիքները, մեթոդա-մանկավարժական հմտությունները: Դրա համար նրան անհրաժեշտ կլինի մշտապես ձեռքի տակ ունենալ օժանդակ ձեռնարկներ, մասնագիտական ամսագրեր, հետևել մաթեմատիկական կրթական բարեփոխումներին: Դրանք միաժամանակ կնպաստեն նաև նրա դասերի որակի բարձրացմանը:

Հայտնի մաթեմատիկոս և մանկավարժ Ա.Յ. Խինչինը գրել է. ***«Մաթեմատիկայի ուսուցչի առջև բարդ խնդիր է դրված, աշակերտների գիտակցության մեջ հաղթահարել աղետալի անխուսափելիությամբ ծագող պատկերացումն իր գիտության «չորության», կյանքից կտրվածության բնութագրի վերաբերյալ»***: Այս պրոբլեմի լուծման եղանակներից մեկը հետաքրքրաշարժ և տրամաբանական խնդիրների գործածումն է մաթեմատիկայի դասերին և արտադասարանական պարապմունքներին:

Մտավոր զարգացման և մաթեմատիկական գիտելիքների ձևավորման գործում մեծ դեր ունեն մաթեմատիկական տրամաբանական «ապացուցման» խնդիրները: Հաճախ այդպիսի շատ խնդիրների լուծմանն օգնության է գալիս, այսպես կոչված, Դիրիխլեի սկզբունքը: Այն կարելի է ձևակերպել պարզ, մատչելի լեզվով.

«Եթե n խցիկներում տեղավորված են n-ից ավելի առարկաներ, ապա ինչ-որ խցիկում կգտնվեն այդ առարկաներից առնվազն երկուսը»:

Այն երբեմն ձևակերպվում է նաև կատակային տեսքով.

«Եթե n վանդակներում տեղավորված են m ճագարներ, ընդ որում $m>n$, ապա վանդակներից մեկում կգտնվեն առնվազն երկու ճագար»:

Այդ պնդումն այնքան հասկանալի է և ակնհայտ, որ թվում է, թե հաստատելու կարիք չունի: Այնուամենայնիվ, մենք կապացուցենք այն՝ հակասող ենթադրությամբ: Ենթադրենք՝ ոչ մի վանդակում չկա մեկից ավելի ճագար: Այդ դեպքում պարզ է, որ ճագարների ընդհանուր թիվը չի գերազանցի n-ը: Բայց մենք ունեինք n-ից ավելի ճագարներ: Ստացված հակասությունն էլ հաստատում է Դիրիխլեի սկզբունքի ճշմարիտ լինելը:

Առաջին հայացքից զարմանալի է, թե ինչպես կարող է այդ ակնհայտ և պարզ պնդումը դառնալ արդյունավետ և հուսալի մեթոդ՝ երբեմն նաև բարդ խնդիրների լուծման համար: Բանն այն է, որ յուրաքանչյուր կոնկրետ խնդրում այնքան էլ հեշտ չէ կռահել, թե այնտեղ ինչն է «ճագարը», և ինչը՝ «վանդակը», և թե ինչո՞ւ «ճագարները» քանակով շատ են «վանդակներից»: «Ճագարների» և «վանդակների» ընտրությունը միշտ չէ, որ ակնհայտ է: Ավելին, նույնիսկ խնդրի տեքստից պարզ չի երևում՝ կիրառելի՞ է արդյոք Դիրիխլեի սկզբունքը: Դրա համար անհրաժեշտ է տրամաբանական խնդիրների լուծման որոշակի կարողություն և հմտություն: Դիրիխլեի սկզբունքի կիրառմամբ խնդիրների լուծումը հատուկ գիտելիքներ չի պահանջում: Այդպիսի տրամաբանական խնդիրները լուծելու համար նույնիսկ պարտադիր չէ մաթեմատիկական պատրաստվածություն. պարզապես հարկավոր է ունենալ առողջ տրամաբանություն և սթափ մտածողություն:

Դիրիխլեի սկզբունքը, ըստ էության, արտահայտում է վերջավոր բազմությունների հիմնական հատկությունները: Բազմությունների «լեզվով» այն ձևակերպվում է հետևյալ կերպ.

Թ ե ո ր ե մ : *Եթե n փարր պարունակող բազմությունը փրոհվել է զույգ առ զույգ ընդհանուր փարր չունեցող k (k<n) հափ ենթաբազմությունների, ապա այդ ենթաբազմություններից գոնե մեկը կպարունակի n/k-ից ոչ պակաս քանակով փարր:*

Այս թեորեմի ապացուցումը դժվարություն չի ներկայացնում (ապացուցեք հակասող ենթադրության եղանակով):

Դ ի տ ո ղ ո ւ թ յ ո ւ ն : Եթե n/k-ն ամբողջ թիվ չէ, ապա բերված թեորեմի պայմանով եզրակացությունը կարելի է ձևակերպել այսպես՝ ապա *այդ բազմություններից գոնե մեկը կպարունակի առնվազն q+1 փարր, որտեղ q-ն՝ n-ը k-ի բաժանելիս սփացված ոչ լրիվ քանորդն է:*

Հաշվի առնելով այն իրողությունը, որ այդ մեթոդի կիրառումը շատ ուսուցիչների համար, որոշ առումով, անսովոր է, այստեղ կդիտարկենք մի քանի օրինակ, որոնց լուծումըտարվում է Դիրիխլեի սկզբունքի կիրառմամբ:

Օ ր ի ն ա կ 1: ***Յանկացած ձևով ընփրված են 20 մարդ: Ապացուցել, որ նրանցից գոնե երկուսն այդ խմբի մեջ կունենան հավասար թվով ծանոթներ:***

Լ ո ւ ծ ո ւ մ: Պատկերացնենք 0, 1. 2, ... , 19 թվերով համարակալված քսան սենյակ: Տվյալ համարով սենյակում այդ խմբից տեղավորենք նրան, ով ունի այդ համարի չափ ծանոթներ: Հնարավոր է երկու դեպք: Եթե այդ խմբից կա մարդ, որը մյուսներից ոչ մեկին ծանոթ չէ, ապա 19 համարով սենյակը դատարկ կմնա: Եթե այդպիսի մարդ չկա, ապա 0 համարով սենյակը կլինի դատարկ: Երկու դեպքում էլ գործ կունենանք 19 սենյակների հետ: Դիրիխլեի սկզբունքի պայմաններն առկա են: Հետևաբար խնդրի պնդումն ապացուցված է:

Օ ր ի ն ա կ 2: ***Ընփրված են կամայական 50 բնական թվեր: Ապացուցել, որ դրանցից կարելի է ընփրել մի քանիսը (կամ մեկը), որոնց գումարը բաժանվում է 50-ի:***

Լ ո ւ ծ ո ւ մ: Դիցուք՝ ընտրված թվերն են՝ $a_1, a_2, ..., a_{50}$: Դիտարկենք հետևյալ 50 բնական թվերը՝ $b_1 = a_1$, $b_2 = a_1 + a_2$, $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$, …, $b_{50} = a_1 + a_2 + ... + a_{50}$:

Եթե այդ գումարելիներից մեկը բաժանվի 50-ի, ապա խնդիրը լուծված է: Ենթադրենք, թե $b_1, b_2, ..., b_{50}$ թվերից և ոչ մեկը չի բաժանվում 50-ի: Այդ դեպքում նրանցից յուրաքանչյուրը 50-ի բաժանվելիս մնացորդում կտա 1, 2, …, 49 թվերից մեկը, որոնց քանակը 49 է: Հետևաբար, համաձայն Դիրիխլեի սկզբունքի, կգտնվեն երկու թվեր, որոնք բաժանվելով 50-ի կտան միևնույն մնացորդը (այստեղ «ճագարները»՝ $b_1, b_2, ..., b_{50}$ թվերն են, իսկ «վանդակները»՝ 1, 2, …, 49 մնացորդները): Դիցուք՝ այդ թվերն են b_k -ն և b_m -ը ($m > k$): Այդ դեպքում պարզ է, որ նրանց տարբերությունը բաժանվում է 50-ի՝

$$b_m - b_k = (a_1 + a_2 + ... + a_m) - (a_1 + a_2 + ... + a_k) = a_{k+1} + a_{k+2} + ... + a_m :$$

Վերջին արտահայտությունն էլ հենց ընտրված 50 թվերից մի քանիսի գումարն է: Դրանով էլ հաստատվում է խնդրի պնդումը:

Օ ր ի ն ա կ 3: ***Ապացուցել, որ գոյություն ունի 3-ի աստիճան, որը վերջանում է 00001-ով:***

Լ ո ւ ծ ո ւ մ: Դիտարկենք

$$3, 3^2, 3^3, ..., 3^{10^5}, 3^{10^5+1}$$

թվերը: Ակնհայտ է, որ այդ թվերը 10^5 -ի բաժանելիս ստացվող հնարավոր մնացորդները պետք է փնտրել $0, 1, 2, ..., 10^5 - 1$ թվերի մեջ, որոնց քանակը 10^5 է: Սակայն դիտարկվող թվերի քանակը $(10^5 + 1)$ է (այս օրինակում «ճագարները» դիտարկվող թվերն են, իսկ «վանդակները»՝ մնացորդները): Ըստ Դիրիխլեի սկզբունքի, կգտնվեն նշված թվերից երկուսը, որոնք 10^5 -ի վրա բաժանելիս տալիս են միևնույն մնացորդը: Դիցուք՝ այդ թվերն են՝ 3^m և 3^{m+k} : Այդ թվերի տարբերությունը կբաժանվի 10^5 -ի, այսինքն՝

$$3^{m+k} - 3^m = 3^m(3^k - 1) \vdots 10^5 :$$

Քանի որ 3^m և 10^5 թվերը փոխադարձաբար պարզ են, հետևաբար $(3^k - 1) \vdots 10^5$: Նշանակում է՝ գոյություն ունի այնպիսի բնական

q թիվ, որ $3^k-1=10^5q$, որտեղից էլ՝

$$3^k=10^5q+1=\cdots00001.$$

Ստացվեց այն, ինչ պետք էր ապացուցել:

Օ ր ի ն ա կ 4: ***Միավոր կողմով քառակուսու ներսում կամայական ձևով նշված են 65 կետ: Ապացուցել, որ նրանցից հինգը կարելի է ծածկել 3/16 շառավիղ ունեցող շրջանով:***

Լ ու ծ ու մ: Տրված քառակուսին տրոհենք 1/4 կողմով 16 միատեսակ քառակուսիների: Դրանցից մեկում կգտնվեն նշված կետերից առնվազն երեքը (հակառակ դեպքում նրանց քանակը չի գերազանցի $4\cdot16=64$-ը, որը հակասում է պայմանին): Քանի որ 1/4 կողմով քառակուսուն արտագծած շրջանագծի շառավիղը հավասար է $\sqrt{2}/8$-ի, իսկ $\sqrt{2}/8<3/16$, ուստի այդ քառակուսին կարելի է ծածկել 3/16 շառավիղ ունեցող շրջանով:

Այս խնդիրը լուծելիս մենք օգտվեցինք Դիրիխլեի սկզբունքի հետևյալ տարբերակից. **«Եթե n վանդակներում տեղավորված են $kn+1$ ճագար, ապա վանդակներից մեկում նստած կլինեն առնվազն $k+1$ ճագար»**:

Ստորև բերված են մի քանի հետաքրքրաշարժ և տրամաբանական խնդիրներ, որոնք (և որոնց նմանները), մեր կարծիքով, կարող են հետաքրքրություն առաջացնել գրեթե բոլոր աշակերտների մոտ: Այդպիսի խնդիրների լուծումը կարող է նպաստել սովորողների տրամաբանության զարգացմանը, մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրասիրության դրսևորմանը: Դրանք կարող են առաջարկվել և՛ դասաժամերին, և՛ արտադասարանական պարապմունքներին:

1. Բույսի ցողունի բարձրությունը 1 մետր է: Վաղ առավոտյան, ցողունի հիմքից (գետնից) նրա երկայնքով սկսեց բարձրանալ թրթուրը. ցերեկը բարձրանում էր 4 դմ, իսկ գիշերը իջնում էր 3 դմ և այդպես ամեն օր: Քանի՞ օր հետո թրթուրը կհասնի ցողունի գագաթը:

2. Գնորդը հավ գնելու համար վճարեց 1200 դրամ և էլի կես հավի գին: Ի՞նչ արժեր հավը:

3. Արամն ու Գեղամը ապրում են միևնույն շենքի, համապատասխանաբար, 2-րդ և 6-րդ հարկերում: Իրենց հարկերը բարձրանալիս Գեղա մը քանի՞ անգամ է ավելի շատ ճանապարհ անցնում, քան Արամը (հաշվվում է առաջին հարկից):

4. Լճում աճում են թրաշուշաններ: Հայտնի է, որ մեկ օր անցնելուց հետո շուշանների թիվը կրկնապատկվում է և արդեն 40-րդ օրվա վերջում լճակն ամբողջովին ծածկված էր շուշաններով: Ասեք, թե ո՞ր օրվա վերջում էր, որ լճակի ուղիղ կեսն էր ծածկված շուշաններով:

5. Ես խմեցի բաժակով լիքը լցված սուրճի կեսը և այն լրացրի կաթով: Հետո խմեցի ստացված խառնուրդի 1/3 մասը և փոխարենը լցրեցի կաթ: Այնուհետև ես խմեցի բաժակի պարունակության 1/6 մասը և փոխարենը լցրեցի կաթ: Վերջապես, ես խմեցի ամբողջ բաժակը: Ի՞նչը ես շատ խմեցի՝ սո՞ւրճ, թե՞ կաթ:

6. Ժամացույցը ցույց է տալիս ժամը 4-ը: Քանի՞ րոպե հետո րոպե ցույց տվող սլաքը կհասնի ժամ ցույց տվող սլաքին:

7. ***(Հին խնդիր):*** Այն հարցին, թե քանի աշակերտ ունի ինքը, Պյութագորասը պատասխանեց. ‹‹Իմ աշակերտների կեսն ուսումնասիրում է մաթեմատիկա, քառորդ մասը՝ բնություն, ութերորդ մասն ամբողջ ժամանակ լռությամբ է մտածում, մնացած երեքը ամբաններ են››: Քանի՞ աշակերտ ուներ Պյութագորասը:

8. Այժմ հայրը երեք անգամ մեծ է որդուց: Երբ որդին 6 տարեկան էր, հայրը 30 տարեկան էր: Այժմ քանի՞ տարեկան է նրանցից յուրաքանչյուրը:

9. Գյուղացին շուկայում ձու էր վաճառում: Առաջին գնորդին նա վաճառեց ամբողջի կեսը և էլի 1 ձու: Երկրորդ գնորդը վերցրեց մնացածի կեսը և էլի մեկ ձու, երրորդը գնեց մանացածի կեսը և էլի մեկ ձու: Զամբյուղում մնաց 10 ձու: Քանի՞ ձու էր գուղացին բերել շուկա:

10. ***(Հին խնդիր, Չինաստան, II դ.):*** Վայրի բադը հարավային ծովից մինչև հյուսիսային ծովը թռչում է 7 օրում: Վայրի սագը հյուսիսային ծովից մինչև հարավային ծովը թռչում է 9 օրում: Վայրի բադը և վայրի սագը չվում են միաժամանակ: Քանի՞ օր հետո նրանք կհանդիպեն:

11*. Հավաքեցին 100 կգ սունկ, որի խոնավությունը կազմում է 99 %: Չորացնելուց հետո այդ սունկի խոնավությունը իջավ մինչև 98 %: Քանի՞ կիլոգրամ սունկ մնաց չորանալուց հետո:**12.** Արկղում գտնվում են 70 գնդակներ՝ 20 կարմիր, 20 կանաչ, 20 դեղին, մնացածները սև և սպիտակ: Գնդակներն իրարից տարբերվում են միայն գույներով:

Մթության մեջ ես ընտրում եմ գնդիկներ: Ամենաքիչը քանի՞ գնդիկ ես պետք է վերցնեմ, որպեսզի ունենամ.

ա) միևնույն գույնի առնվազն 10 գնդիկ,

բ) տարբեր գույների առնվազն 3 գնդակ:

13. Միևնույն տողում գրեք հինգ թվեր այնպես, որ ցանկացած երկու հարևան թվերի գումարը լինի բացասական, իսկ բոլոր թվերի գումարը լինի դրական:

14*. Հնարավո՞ր է արդյոք 1, 2, 3, ..., 9, 10 թվերը դասավորել շրջանաձև այնպես, որ.

ա) ոչ մի երկու հարևան թվերի գումարը չբաժանվի ո՛չ 3-ի, ո՛չ 5-ի և ո՛չ էլ 7-ի;

բ) ցանկացած երկու հարևան թվերի գումարը բաժանվի 3-ի:

15*. 7x7 չափսի քառակուսու բոլոր վանդակները լրացված են թվերով այնպես, որ յուրաքանչյուր տողում գտնվող թվերի արտադրյալը բացասական է: Ապացուցեք, որ մի որևէ սյունակում գտնվող թվերի արտադրյալը նույնպես բացասական է:

16. Պետրոսը ծնվել է 20-րդ դարի երկրորդ կեսին: n^2 թվականին նա կդառնա n տարեկան: Ո՞ր թվականին է ծնվել Պետրոսը:

17. Ինչպե՞ս կարելի է 5լ և 17լ տարողությամբ երկու բիդոնի միջոցով կաթի ցիստեռնից վերցնել 13 լ կաթ:

18. Եկան 100 տուրիստ: Նրանցից 10-ը չգիտեն ո՛չ գերմաներեն, ո՛չ ֆրանսերեն լեզու, 75-ը գիտեն գերմաներեն և 83-ը գիտեն ֆրանսերեն: Քանի՞ տուրիստ գիտեն և՛ ֆրանսերեն, և՛ գերմաներեն:

19*. Մաթեմատիկոսների մեջ յուրաքանչյուր ութերորդը նաև փիլիսոփա է, իսկ փիլիսոփաների մեջ յուրաքանչյուր տասներորդը նաև մաթեմատիկոս է: Ովքե՞ր են շատ. մաթեմատիկոսները թե՞ փիլիսոփաները:

20*. Արտաքնապես իրարից չտարբերվող 81 մետաղադրամներից մեկը կեղծ է (ավելի թեթև է): Ինչպե՞ս հայտնաբերել այն՝ նժարավոր կշեռքի ընդամենը 4 կշռումով:

21. Շրջանագծի մի քանի աղեղներ ներկված են կանաչ գույնով: Ներկված բոլոր աղեղների երկարությունների գումարը փոքր է շրջանագծի երկարության կեսից: Ապացուցել, որ գոյություն ունի տրամագիծ, որի երկու ծայրերն էլ ներկված չեն:

22. Յոթ տոպրակներում լցված են միևնույն քանակով, միևնույն չափսի և արտաքնապես չտարբեվող մետաղադրամներ (յուրաքանչյուրում 30-ից ավելի): 6 տոպրակներում մետաղադրամները իսկական են, իսկ մեկում՝ բոլորը կեղծ են: Իսկական մետաղադրամը կշռում է 10 գ, իսկ կեղծը՝ 6 գ: Էլեկտրոնային կշեռքի օգնությամբ միայն մեկ կշռումով ինչպե՞ս կարելի է որոշել, թե որ տոպրակում են կեղծ մետաղադրամները:

23. Ունենք արտաքնապես իրարից չտարբերվող հինգ միանման դետալներ: Հայտնի է, որ դրանցից չորսը կշռում են հավասար (ստանդարտ են), իսկ մեկը տարբերվում է կշռով (խոտան է), սակայն հայտնի չէ՝ այն ավելի թեթև է, թե՝ ավելի ծանր: Բացի այդ հինգ դետալներից, ձեռքի տակ կա ևս մեկ ստանդարտ դետալ (էտալոն): Նժարավոր կշեռքի երկու կշռումով ինչպե՞ս կարելի գտնել խոտան դետալը (կշռաքարեր չկան):

Գրականություն

1. Կ. Գ. Առաքելյան, Հ. Ս. Նավասարդյան, Ա. Հ. Սարգսյան: «Մաթեմատիկա: Խորացված ուսուցում (8-րդ դասարան)»: «Լուսակն» հրատ., Երևան, 2016:
2. Կ. Գ. Առաքելյան, Դ. Կ. Առաքելյան: Հետաքրքրաշարժ և տրամաբանական խնդիրներ, Երևան, 2011:

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА И НАВЫКОВ УЧАЩИХСЯ

Корюн Аракелян

Осанна Тарвердян

Резюме

Одна из основных причин сравнительно плохой успеваемости по математике – слабый интерес многих учащихся (а иногда и отсутствие всякого интереса) к этому предмету. Немало школьников считали и считают математику скучной, сухой наукой. Интерес учащихся к предмету зависит прежде всего от качества постановки учебной работы на уроке. В то же время с помощью продуманной системы занятий (и в уроках внеурочных) можно значительно повысить интерес школьников к математике. В статье рассматривается такие подходы.

ENTERTAINING AND LOGICAL PROBLEMS AS A MEANS TO ENHANCE STUDENTS' SKILLS AND

Koryun Arakelyan
Osanna Tarverdyan

Summary

One of the main reasons for the relatively poor performance in mathematics - a weak interest of many students (and sometimes the absence of any interest) to the subject. Many students thought and think math boring, dry, science. The interest of the students to the subject depends primarily on the quality of performances of academic work in the classroom. At the same time with the help of elaborate training system (and in extracurricular classes) You can enhance the students interest in mathematics. The article deals with such approaches.

Օսաննա Թարվերդյան - Երևանի Մանուկ Աբեղյանի անվան թիվ 2 ավագ դպրոցի մաթեմատիկայի ուսուցչուհի

Կորյուն Առաքելյան - մանկ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ

Հեռախոս՝ *094 05 69 33,*
Էլ. հասցե՝ koryun-arakelyan@mail.ru

ԴՊՐՈՑԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՊՐՈԲԼԵՄՆԵՐԸ Վ. Վ. ՖԻՐՍՈՎԻ ԳԻՏԱՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ ԺԱՌԱՆԳՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ

Եվգենի Լոդատկո

Բանալի բառեր - Դպրոցական ուսուցման բարեփոխում, աշակերտների ուսումնական նվաճումների գնահատում, ուսուցման պարտադիր արդյունքներ, ուսուցման արդյունքների պլանավորում, ուսուցման հումանացում և դիֆերենցում, Վ. Վ. Ֆիրսով

2017 թ. փետրվարի 4-ին լրացավ մանկավարժ, մաթեմատիկոս-մեթոդիստից մինչև հումանացման և դիֆերենցման սկզբունքների հիման վրա դպրոցական ուսուցման բարեփոխման մեթոդաբանի պրոֆեսիոնալ ուղին անցած **Վիկտոր Վասիլեվիչ Ֆիրսովի** (1942-2006) ծննդյան 75 ամյակը:

Վ. Վ. Ֆիրսովը մանկավարժության պատմության մեջ մտավ որպես «անցած հարյուրամյակի 80-90-ական թվականների ընդհանուր միջնակարգ կրթության բնագավառում լայնամասշտաբ հետազոտական և ներդրողական նախագծերի գիտական և կազմակերպչական ղեկավար», Շվեդիայում և Չեխիայում կրթության բարեփոխումների կոնսուլտանտ, Ուկրաինայի ԽՍՀ և Բելոռուսիայի ԽՍՀ «Ժողովրդական կրթության գերազանցիկ»:

Կրթական այն բոլոր նախագծերի մեջ, որոնցով զբաղվել է Վիկտոր Վասիլեվիչը, և որոնք տարբեր ժամանակներում գտել են իրենց արտացոլումը Ուկրաինայի կրթական համակարգի կազմակերպման պրակտիկայում, առավել նշանակալից են.

- «Մաթեմատիկայի ուսուցման կիրառական ուղղվածության պրոբլեմը» (1973),
- «Մաթեմատիկայի հենքային ծրագիրը» (1980),
- «Մաթեմատիկայի ուսուցման պարտադիր արդյունքների պլանավորումը» (1982-1985, 20 հազար աշակերտ),

- «Մակարդակային տարբերակման հենքի վրա պարտադիր կրթության հումանացում և դեմոկրատացում» (1992-2001, Ռուսաստանի տարբեր տարածաշրջանների ավելի քան 30 հազար աշակերտներ):

Ոչ պակաս ընդգրկուն և մեթոդաբանորեն առավել բարդ կարելի է համարել Վ. Վ. Ֆիրսովի կողմից նախաձեռնված այն նախագծերը, որոնք ուղղված էին նախկինում ձեռք բերված արդյունքների հիման վրա ռուսական դպրոցների կրթական չափորոշիչների մշակմանը:

Վ. Վ. Ֆիրսովի գիտակամանկավարժական ժառանգությունում հաշվվում է ընդհանուր և մաթեմատիկական կրթությանը, ընդհանուր դիդակտիկային և մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկային՝ դիդակտիկային նվիրված շուրջ 300 հրատարակություն: Նրա ղեկավարությամբ պաշտպանվել է 13.00.02 «Մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկա» մասնագիտությամբ ավելի քան 30 թեկնածուական դիսերտացիա, սակայն, այդ բոլորով հանդերձ, Վիկտոր Վասիլևիչը հարկ չէր համարում հայտարարել իր «գիտական դպրոցի» գոյության մասին:

«Վ. Վ. Ֆիրսովի մասնագիտական գործունեության հիմնական ուղղվածությունը և սկզբունքները, որոնցով նա հետևողականորեն առաջնորդվում էր, լուծելով ինչպես մաթեմատիկական կրթության, այնպես էլ ընդհանուր միջնակարգ կրթության զարգացման պրոբլեմները» ավելի լավ, քան Համաշխարհային բանկի փորձագետ, «Կրթություն բոլորի համար» ոչ առևտրային կազմակերպության ղեկավար, Մոսկվայի բաց կրթության ինստիտուտի պրոռեկտոր Օ. Բ. Լոգինովան է բնութագրել՝ հղում անելով հենց Վիկտոր Վասիլևիչի հիմնական թեզիսներից մեկի վրա, հնարավոր չէ. «...*կողմնորոշվածություն դեպի պրակտիկան, էմպիրիկ փարրի օգտագործում, դիդակտիկ հետազոտության կառուցում, մանկավարժական գիտափորձի ներդրում..., խելամիտ պահպանողականություն, դպրոցի զարգացման էվոլյուցիոն բնույթի հասկացում, կոնկրետ հետազոտությունը ընդհանուր դիդակտիկական հայեցակարգ ներդնելու ցանկություն, դեպի կայուն լուծումներ փնտրելու կողմնորոշվածություն, հետազոտություններ կատարելիս և դրանց արդյունքները ներդրելիս նպատակների և միջոցների համաչափելիություն, հետազոտություն պլանավորելիս և կատարելիս իմպերատիվ մոտեցման կիրառում*»:

Որպես մեթոդիստ-մաթեմատիկոս և մեթոդաբան Վ.Վ.Ֆիրսովի (անկախ մանկավարժական որոնումների թեմատիկայից) առաջնայնությունների մեջ հստակորեն ուրվագծվում է սովորողների ուսումնական նվաճումների գնահատման համակարգի հաջորդական փոխակերպումը, մաթեմատիկայի դասավանդման մեթոդիկայի հայեցա կարգային բնույթի ուժեղացումը, մաթեմատիկայի հումանացման արդյունավետ ուղիների որոնումը:

Nordisk Mathematik Didaktik-ում հրատարակված՝ [5] աշխատանքի ավելի ընդարձակ տարբերակը ներկայացնող [4] մենագրությունում Վիկտոր Վասիլևիչը ուշադրություն է հրավիրում մի շարք կարևորագույն ելակետային դրույթների վրա, նշելով. «շատերը … անկեղծորեն ենթադրում են, որ մանկավարժական որոշումները ընդունվում են բացառապես ինտուիցիայի (ներըմբռնման), փորձի, ավանդույթների, հաստատագրված կարծիքների հիման վրա և վերջին հաշվով ոչ առողջ բանականությամբ: Մեզ թվում է, որ նման դիրքորոշումը կապված է այն բանի չգիտակցման հետ, որ մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկան կառուցվում է որպես հումանիտար կիրառական գիտելիքի տիրույթ: Մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկայի **հումանիտար բնույթը** կապված է այն իրավիճակի հետ, որ որպես նրա ուսումնասիրության օբյեկտ հանդիսանում է սովորողի կողմից բարդ մաթեմատիկական գիտելիքները յուրացնելու տիպիկ հումանիտար գործընթացը: Ընդհանրապես մարդը սոցիումում հետազոտվող ամենաբարդ օբյեկտներից մեկն է: Բոլորի կողմից ընդունված է, որ այսպես կոչված պոզիտիվ գիտությունները (մաթեմատիկա, բնագիտական գիտություններ) չունեն այդ ֆենոմենը նկարագրության ու հետազոտման համար ադեկվատ գործիքակազմ (ապարատ). մարդը վատ է տեղավորվում ֆորմալ սխեմաներում: Հակառակը, հումանիտար տիրույթներում զարգացել են համապատասխան գործընթացներ և մշակված է որոշակի մեթոդաբանություն, որը թույլ է տալիս հետազոտել սոցիալական օբյեկտներն ու գործընթացները և ստանալ գիտելիքներ դրանց մասին: Մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկայի հումանիտար բնույթը ծնում է այդ բնագավառի, բուն մաթեմատիկայի համար ոչ տիպիկ, կատեգորիաների կառուցման և ադեկվատ (նպատակահարմար – Է.Ա.) մեթոդների ընտրության ու հետազոտման եղանակների մոտեցումներ» [4; 6]:

Շարունակելով իր այդ միտքը, Վ. Վ. Ֆիրսովն այնուհետև ընդգծում է, որ «ի տարբերություն մաթեմատիկայի, մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկան գործառնություն է կատարում **ոչ խիստ սահմանվող, «հեղհեղուն» հասկացություններով,** ինչպիսիք են, օրինակի համար, «զարգացում», «ստեղծագործություն», «հասկանալ», «վարժություն», …, «տարածական երևակայություն» և այլն»: Նման տիպի հասկացությունների գրականությունում հանդիպող «խիստ» սահմանումներ տալու փորձերը, որպես կանոն, առաջացնում են խղճուկ տպավորություններ: Հումանիտար բնագավառներում առավել բնական է հասկացության տալը ոչ ձևական նկարագրության միջոցով և (կամ) օրինակներով, որոնք ուղղորդված են դեպի այն ենթատեքստը, որում պետք է կիրառվեն դրանք:

Նման մոտեցումն ամենևին էլ չի հանդիսանում մաթեմատիկայի ուսուցման մեթոդիկայի թուլություն և պետք է կիրառվի միանգամայն գիտակցաբար: Բանն այն է, որ ոչ խիստ հասկացությունների օգտագործումը թույլ է տալիս գործառնություն կատարել դրանց հետ հումանիտար ոլորտներին հատուկ՝ վատ սահմանվող «հեղիհեղուկ» ենթատեքստերում [4; 6-7]:

XX դարի վերջերի կարևորագույն սոցիալական կողմնորոշումն ըստ Վիկտոր Վասիլևիչի կրթության հումանացումն է: Իր այս միտքը նա հիմնավորում էր նրանով, որ «աշակերտների պատրաստվածության նվազագույն պահանջների հստակ սահմանումը (բացահայտումը – Է. Ա.) հնարավորություն է ստեղծում ուսուցման տարբերակման համար... Դրանով էլ նախադրյալներ են ստեղծվում լուծելու աշակերտի իրավունքների և պարտականությունների միջև ծագած հակասությունները. Դպրոցականը պարտավոր է կատարել հանրակրթական պատրաստվածության մակարդակին ուղղված պետական պահանջները և իրավունք ունենալ ... շարունակելու տիրապետել կրթության բովանդակությանը: Դժվար կամ ոչ այնքան սիրելի առարկան ուսումնասիրելիս նվազագույն պահանջներով սահմանափակվելու իրավունքը ազատում է աշակերտին ուժերից վեր ուսումնական գումարային ծանրաբեռնվածությունից և թույլ են տալիս նրան իրականացնելու իր հետաքրքրություններն ու հակվածությունները: Միաժամանակ չափորոշիչների մասին բացահայտ և հստակ տեղեկատվությունը հնարավորություն է տալիս սովորողին գիտակցաբար և անհատաբար ընտրել իր զարգացման ամենաընդունելի ուղին: Կրթության բովանդակության նկատմամբ նման մոտեցումը նշանակալիորեն մեղմացնում է աշակերտների էմոցիոնալ և հոգեբանական լարվածությունը, յուրաքանչյուրին թույլ են տալիս ուսանել իր համար մաքսիմալորեն ոչ ուժերից վեր մակարդակում, դրական դրդապատճառներ են ձևավորում սովորողի մոտ» [3; 15]: Այդ բոլորը ամբողջության մեջ հնարավորություններ են ստեղծում կրթության որակի ապահովման համար և, ինչպես վերջին փաստերն են վկայում, դրականորեն են ազդում նման գործընթացում ընդգրկված սովորողների առողջության վրա [6]:

Առանձնահատուկ ուշադրության է արժանի Վ.Վ.Ֆիրսովի կարծիքը սովորողների ուսումնական նվաճումների գնահատման «սոցիալիստական» մոտեցման (մաքսիմումից՝ 5-ից դեպի մինիմումը՝ 3-ը: Ընդ որում 2-ը չէր համարվում նյութի յուրացման ցուցանիշ և գործում էր «3 գրում ենք, 2 հասկանում» սկզբունքը: Ինչպես իրավացիորեն գտնում էր Վ. Վ. Ֆիրսովը, «ուսումնական գործընթացի կողմնորոշումը դեպի «մաքսիմալ յուրացումը» արտակարգ վտանգավոր է ինչպես ուժեղ, այնպես էլ թույլ սովորողների համար) մոռացության անհրաժեշտության և դպրոցական պրակտիկա ուսուցման պարտադիր արդյունքների վրա հիմնված սկզբունքորեն նոր համակարգ ներդրելու վերաբերյալ, որը ներկայացվում է «գիտելիքներին և կարողություններին ուղղված պահանջների նվազագույն բավարար մակարդակ» տեսքով, որը պետք է յուրացնի աշակերտը «3» ստանալու համար և ապա, ցանկության դեպքում, տիրապետի ավելի բարդ առաջադրանքներ կատարելու համար անհրաժեշտ գիտելիքների և կարողությունների («4»-ի կամ «5»-ի մակարդակ):

Հիմքեր կան ենթադրելու, որ ուսուցման արդյունքների գնահատման պրոբլեմի վերաբերյալ Վ.Վ.Ֆիրսովի տեսակետը ձևավորվել է (դասական մեթոդամաթեմատիկական գրականությունում ներկայացված) Ս.Ի.Շոխոր- Տրոցկու [7], Ջ.Պոյաի և Գ.Սյոգեի [8;9], Ա.Ի.Ֆետիսովի [10], ինչպես նաև Ս. Ի. Շվարցբուրդի՝ հանրահաշվի դպրոցական դասընթացի միջուկի առանձնացման իդեայի հիման վրա, որը առաջին անգամ իրականացվել է Տ. Պ. Միշինայի [11] ատենախոսությունում, 1967-1979 թվականներին ԽՍՀՄ ՄԳԱ Ուսուցման բովանդակության և մեթոդների ԳՀԻ-ի կիրառական մաթեմատիկայի լաբորատորիան ղեկավարելու տարիներին: Վ. Վ. Ֆիրսովի մոտ ուսուցման արդյունքների գնահատման մասին վերջնական սեփական կարծիք, այնուամենայնիվ, ձևավորվել է ավելի ուշ, մաթեմատիկայի բազիսային (հենքային) ծրագրի մշակման ժամանակ, որը հնարավորություն տվեց նրան հետագայում ձևակերպելու նաև հաջորդ մեծամասշտաբ հետազոտության՝ «Ուսուցման պարտադիր արդյունքների պլանավորման» հայեցակարգային հիմքերը:

Վ. Վ. Ֆիրսովի, որպես ԽՍՀՄ ՄԳԱ Ուսուցման բովանդակության և մեթոդների ԳՀԻ-ի մաթեմատիկայի ուսուցման լաբորատորիայի վարիչ, համար կարևոր էր 1981 թվականը, երբ Լ.Ս.Պոնտրյագինի «Մաթեմատիկայի և դրա դասավանդման որակի մասին» [13] հայտնի հոդվածից հետո ԽՍՀՄ Լուսավորության նախարարությունը որոշում ընդունեց այն ժամանակ գործող երկրաչափության՝ Ա.Ն.Կոլմոգորովի դասագիրքը փոխելու մասին. Հայտարարվեց երկրաչափության դասագրքերի մրցույթ, որի արդյունքում առաջնությունը տրվեց Ա. Վ. Պոգորելովի փորձնական դասագրքին [14]:

Ալեքսեյ Վասիլեվիչի կողմից մշակված ուսումնական ձեռնարկը [15], որն արդեն մի քանի տարի փորձարկվում էր Ուկրաինայի մի շարք դպրոցներում (մասնավորաբար՝ Խարկովի մարզի Պոկոտիլովյան միջն. դպրոցում՝ մաթեմատիկայի ուսուցիչ, հետագայում Վ.Վ. Ֆիրսովի մոտ պաշտպանած, Ա.Ի.Գրուզինի [16] կողմից), տվեց հուսադրող արդյունքներ:

Սակայն պրոբլեմը նրանում էր, որ արդեն նախարարության որոշմամբ դպրոց ներդրված այդ դասագիրքը ([14]) չուներ համապատասխան մեթոդական սպասարկում և հենց այդ պատճառով էլ բուռն կերպով չնդունվեց շատ ուսուցիչների կողմից, որոնք արդեն «երես էին առել» այդ ժամանակներում մասսայական տիրաժով հրատարակված «Հանրահաշվի դասերը … դասարանում» տիպի, դասերի ընդարձակ կոնսպեկտներ, խնդիրների լուծումներ և մեկնաբանություններ պարունակող մեթոդական ձեռնարկներով:

Իրավիճակի բարդությունից ելնելով ակադեմիկոս Ա.Վ.Պոգորելովը հարցի լուծման համար դիմեց ԽՍՀՄ ՄԳԱ Ուսուցման բովանդակության և մեթոդների ԳՀԻ-ի մաթեմատիկայի ուսուցման լաբորատորիա, քանի որ ոչ անձամբ ինքը, ոչ էլ նրա օգնական Ա.Ի.Մեդյանիկը չունեին հանրակրթական դպրոցի 6-10 դասարանների սովորողների համար անհրաժեշտ երկրաչափության ուսուցման համապատասխան մեթոդական պատրաստվածություն:

Վ.Վ.Ֆիրսովին անհրաժեշտ եղավ ցուցաբերել բացառիկ համբերատարություն և չափից դուրս համոզիչ փաստարկներ, որպեսզի Ա. Ի. Մեդյանիկին հասկացնի ուսուցիչներին ներկայացվող նյութի այն մեթոդամաթեմատիկական առանձնահատկությունները, որոնց հիման վրա անհրաժեշտ է ուսուցանել 6-8 և 9-10 դասարանների երկրաչափությունը, ինչպես նաև ուսուցչի մասնագիտական պատրաստվածության բարձրացման կարևորագույն ձևի՝ մեթոդական սեմինարների բովանդակա-թեմատիկ համալրման առանձնահատկությունները: Անշուշտ օրակարգում մնում էր նաև ըստ Ա.Վ.Պոգորելովի դասագրքի ուսուցմանը հետևելը, համակցելով այն նորաստեղծ, մաթեմատիկայի ուսուցման պարտադիր արդյունքների պլանավորման թեմատիկայի մշակման հետ [17]:

Վ. Վ. Ֆիրսովի ղեկավարությամբ իրականացվող մասշտաբային հետազոտությունները և «շուկայական հարաբերությունների» (սկսած 1988թ.) կայացման ժամանակաշրջանում արագ փոփոխվող սոցիալական պայմանները տրամաբանորեն կանխորոշեցին *կրթության բարեփոխման ռազմավարության կառուցման* անհրաժեշտությունը, որի հայեցակարգային հիմունքները սահմանվել էին Վիկտոր Վասիլևիչի կողմից հայտնի անալիտիկ գրառումներում [3;49-57], որի տեքստային (պատճառաբանված) մասը հրապարակվել էր ավելի վաղ: Սակայն առավել մեծ հետաքրքրություն է իրենից ներկայացնում այդ անալիտիկ գրառումների հավելված 12-ը, որում առանձնացված են *ռազմավարական արդյունքները, արդիական պրոբլեմները, բարեփոխման խնդիրները, իրականացման մեխանիզմներն ու չափելի ցուցանիշները:* Նշված պրոբլեմների լուծման ֆիրսովյան մտապատկերները չեն կորցրել իրենց արդիականությունը նաև արդի պայմաններում, չնայած որ «Անալիտիկ գրառումների» ի հայտ գալուց անցել է շուրջ 15 տարի:

Խոսելով Վիկտոր Վասիլևիչի մասին որպես մանկավարժի, որը մեծամասամբ բացահայտեց դպրոցական կրթության բարեփոխման էական հիմունքները և 21-րդ հարյուրամյակում դրա իրականացման ուղիները, անհրաժեշտ է նշել, որ համաձայն մանկ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր, ՌԴ ԿԱ ակադեմիկոս Ա.Գ.Ասմոլովի դիպուկ արտահայտության, «նա ոչ միայն կրթության բովանդակության տարբեր մակարդակներով փոխանցման ըմբռնման իմաստով պիոներն էր. նման ըմբռնումը թույլ է տալիս դպրոցին գիտելիքների փոխանցման կոնկրետ տրամաբանությունից անցում կատարել երեխայի գիտակցությունում աշխարհի ամբողջական ընկալման կառուցմանը: Վ.Վ.Ֆիրսովը սիրահարված էր կրթությանը՝ ոչ թե իր, այլ բուն կրթության համար, և նրա անձնավորության այդ բնութագիրը անհավանականորեն կարևոր է»:

Վ.Վ.Ֆիրսովի հայեցակարգային մտահղացումները և դրանց իրականացման մանկավարժական նախագծերը պրոեկտելով ժամանակակից հանրակրթական դպրոցի պրակտիկայի վրա, անհրաժեշտ է նշել, որ *մեծամասամբ նրա շնորհիվ* մեր դպրոցը կարողացավ հրաժարվել զարգացման տեխնոկրատական ուղուց, և հիմք ընդունելով արժեքային կողմնորոշիչներն ու ժամանակակից կրթական պարադիգմի սոցիալկուլտուրական հիմքերը, անցնել.

- բարդ մաթեմատիկական գիտելիքի յուրացման գործընթացի հումանիտար բնույթի գիտակցմանը,
- մաթեմատիկայի ուսուցման արդյունքների գնահատման նոր մոտեցման մեթոդաբանական էության ընկալմանը,
- սովորողների պատրաստվածության նվազագույն պահանջների սահմանման միջոցով ուսուցման դիֆերենցման հնարավորությունների ընկալմանը,
- ընդհանուր կրթության չափորոշման դիդակտիկական հիմունքների և չափորոշիչներով սահմանված պահանջների հասանելիության մակարդակների ստուգման չափանիշների ներդրման գիտակցմանը,
- մաթեմատիկայի ուսուցման գործընթացում գործառնական, անձնակողմնորոշիչ և կոմպետենտային մոտեցումների իրականացման կազմակերպամեթոդական դիրքորոշումների գիտակցմանը,
- ընդհանուր կրթության որակի և դրա արդյունավետության բարձրացման ուղիների որոնմանը:

Հետգրություն: Վ.Վ.Ֆիրսովի անձնային որակները տարբեր կերպ են գնահատվել գործընկերների և բոլոր նրանց կողմից, ում հետ նա առնչվել է մասնագիտական դործունեության ընթացքում, սակայն ոչ մեկի մտքով չի անցել նրա ոչ կոմպետենտության կամ մակերեսային մտածողության մասին:

Վիկտոր Վասիլևիչը մշտապես գիտեր ավելին, քան թվում էր, և դա, ինչպես նաև զարգացած քննադատական մտածողությունը թույլ էին տալիս նրան նույնականորեն գնահատել այս կամ այն իրավիճակների իրադրությունները և համապատասխանորեն արձագանքել դրանց:

Վիկտոր Վասիլևիչը կնոջ՝ Գալինա Լամիսովնայի հետ

Վիկտոր Վասիլևիչը հաճախ էր լինում Հայաստանում և ուներ բավականին աշակերտներ Հայաստանում և Արցախում: Անուրանալի է նաև նրա դերը իր ղեկավարած ԽՍՀՄ ՄԳԱ Ուսուցման բովանդակության և մեթոդների գիտահետազոտական ինստիտուտի մաթեմատիկայի ուսուցման լաբորատորիայի ասպիրանտների մեթոդամանկավարժական պատրաստվածության և գիտահետազոտական կարողությունների ձևավորման առումով: Նրա կողմից կազմակերպված ասպիրանտական ընդունելության քննությունների անգամ հարցատոմսերի հարցերի ընտրությունը բացառիկ էր: Բերեմ մեկ օրինակ տողերիս հեղինակի մասնագիտական մինիմումի հարցատոմսից՝ «*Ուսմունք ուսուցման մեթոդների մասին*»:

Վիկտոր Վասիլևիչի բացառիկ լավատեսությունն ու կենսուրախությունը (չնայած ահռելի հոգեբանական և ֆիզիկական ծանրաբեռնվածությանը) մշտապես ուղեկցվում էր ընտանեկան բացառիկ ներդաշնակությամբ, կնոջ՝ Գալինա Լամիսովնայի հետ ունեցած բացառիկ փոխըմբռնմամբ և հոգատար վերաբերմունքով, որը մշտապես ապահովում էր ընտանեկան հարմարավետություն, հանգստավետություն և հյուրասիրություն:

Գրականություն

1. Фирсов Виктор Васильевич. (2010). Moscow University Alumni Club. Retrieved 21 January 2017, from http://www.moscowuniversityclub.ru/home.asp?artId=2415.
2. Фирсов Виктор Васильевич – Портал современных педагогических ресурсов. (2010). Intellect-invest.org.ua. Retrieved 22 January 2017, from http://intellect-invest.org.ua/rus/pedagog_personalias_firsov_vv/
3. Фирсов В. В. Учим математикой / В. В. Фирсов. – М. : Просвещение, 2012. – 223 с.
4. Фирсов В. В. Методика обучения математике как научная дисциплина: рукопись (файл) / В. В. Фирсов // Личный архив автора. – 01.12.2004. – 16 с.

5. Firsov V. (1995). Mathematics education as theoretical knowledge. *NOMAD 3(4)* | NCM:s och Nämnarens webbplats. Ncm.gu.se. Retrieved 25 January 2017, from http://ncm.gu.se/node/4567.
6. Недостаток образования сокращает жизнь на 10% – ученые. (2017). Телеканал 360. Retrieved 23 January 2017, from http://360tv.ru/news/nedostatok-obrazovanija-sokraschaet-zhizn-na-10--uchenye-26839/
7. Шохор-Троцкий С.И.Геометрия на задачах (основной курс). Книга для учителей /С. И. Шохор-Троцкий.–М.: Издание Т-ва И.Д.Сытина, 1913. – 436 с.
8. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей /Д. Пойа.–М.: Госучпедгиз, 1959. 208 с.
9. Пойа Д. Задачи и теоремы из анализа (В 2-х частях) / Д. Пойа, Г. Сегё. – 3-е изд. – М. : Наука, 1978. – Ч. 1. – 392 с.; Ч. 2. – 432 с.
10. Фетисов А. И. Геометрия в задачах: Пособие для учащихся школ и классов с углубленным теоретическим и практическим изучением математики / А. И. Фетисов. – М. : Просвещение, 1977. – 192 с.
11. Мишина Т. П. Проблема определения общеобразовательного ядра алгебраической подготовки учащихся восьмилетней школы : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – [спец. «Методика преподавания математики»] /Т.П.Мишина ; НИИ Содержания и методов обучения АПН СССР. – М., 1983. – 17 с.
12. Фирсов В. К построению новой стратегии реформирования образования. Аналитическая записка: рукопись (файл) /В. Фирсов// Личный архив автора. – 01.12.2004. – 12 с.; Приложения 1–3 к аналитической записке на 14 с.
13. Понтрягин Л. С. О математике и качестве ее преподавания / Л. С. Понтрягин // Коммунист. – 1980. – № 14. – С. 99–112.
14. Погорелов А. В. Геометрия 6–10. Пробный учебник для 6–10 классов средней школы /А. В. Погорелов. – М. : Просвещение, 1981. – 272 с.
15. Киш С., (2012). Учителя математики просят вернуть Погорелова в школу. Vecherniy.kharkov.ua. Retrieved 27 January 2017, from http://vecherniy.kharkov.ua/news/72208/
16. Грузин А. И. Методика аксиоматического введения в курс геометрии восьмилетней школы: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 – методика преподавания математики / А. И. Грузин. – М., 1985. – 204 с.
17. Планирование обязательных результатов обучения математике методический материал / Л. О. Денищева [и др.]; сост. В. В. Фирсов. – М.: Просвещение, 1989. – 237 с. – (Б-ка учителя математики).
18. Лодатко Е. А. Современное образование: социокультурный контекст / Е.А. Лодатко, М.И. Лукьянова /. Фундаментальные исследования: Научный журнал.- N 11 (часть 8). – с. 1808-1812.

ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ В НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ В. В. ФИРСОВА

Е.А ЛОДАТКО

Резюме

В статье дается изложение ведущих идей, на основе которых известный педагог-математик В. В. Фирсов в процессе реализации широкомасштабных исследовательских и внедренческих проектов в образовании (последняя четверть XX столетия) предопределил сущностную основу реформирования школьного обучения и предложил пути ее реализации.

The Teaching problems in Firsov's Scientific-pedagogical Heritage

E.LODATKO

Sumarry

Abstract: The article presents the paragraph of progressive ideas on the basis of which the famous mathematician and pedagogue Firsov, in the process of broad research and investment work, defined the basis of school teaching reforms (at the end of the 20^{th} century) and suggested the ways of realization.

Լոդատկո Եվգենի Ալեքսանդրի - մանկավարժական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր, բարձրագույն դպրոցի և կրթական մենեջմենթի ամբիոնի պրոֆեսոր, Չերկասի Բոգդան Խմելնիցկու անվան ազգային համալսարան, Ուկրաինա:

Թարգմանիչ՝ մանկավարժական գիտությունների
դոկտոր, պրոֆեսոր Է. Ի. Այվազյան